

Sincronización

Carlos Gershenson

IIMAS & C3, UNAM

<http://turing.iimas.unam.mx/~cgg/teach/Pamplona>





Contenido

Sincronización

Carlos
Gershenson

Contenido

Osciladores

Sincronización

Pasos (Gaits)

Osciladores
heterógenos

Conclusiones

- 1 Osciladores
- 2 Sincronización
- 3 Pasos (Gaits)
- 4 Osciladores heterógenos
- 5 Conclusiones



Sincronización de péndulos

Sincronización

Carlos
Gershenson

Contenido

Osciladores

Sincronización

Pasos (Gaits)

Osciladores
heterogéneos

Conclusiones

- Christiaan Hyugens, 1665
- Inventor de reloj de péndulo
- Se enfermó...
- ... y sin nada mejor que hacer descubrió osciladores acoplados



Sincronización

Carlos
Gershenson

Contenido

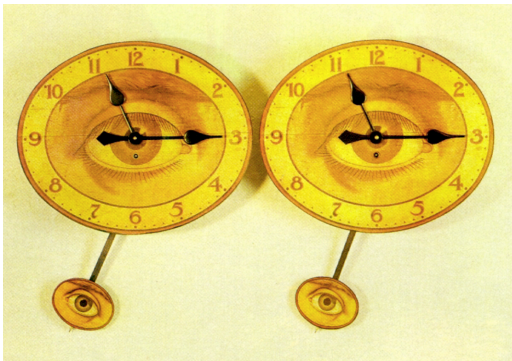
Osciladores

Sincronización

Pasos (Gaits)

Osciladores
heterogéneos

Conclusiones





Osciladores

Sincronización

Carlos
Gershenson

Contenido

Osciladores

Sincronización

Pasos (Gaits)

Osciladores heterogéneos

Conclusiones

- Cualquier sistema con comportamiento periódico
- Periodicidad no sólo en el tiempo, sino en el espacio fase
- i.e. ciclos límite o atractores cíclicos (período > 1)
- Osciladores tienen una onda y amplitud característica.
- Son estables, i.e. regresan al atractor después de perturbaciones.



Ejemplos de osciladores acoplados

Sincronización

Carlos
Gershenson

Contenido

Osciladores

Sincronización

Pasos (Gaits)

Osciladores heterógenos

Conclusiones

- células marcapaso en corazón
- células secretadoras de insulina en páncreas
- redes neuronales en cerebro y espina que controlan e.g. correr, respiración, masticación
- grillos, luciérnagas...
- aplausos
- “El Botellón”

http://www.youtube.com/watch?v=IBgq-_NJC10



Sincronización

Sincronización

Carlos
Gershenson

Contenido

Osciladores

Sincronización

Pasos (Gaits)

Osciladores
heterogéneos

Conclusiones

- El tipo más común de acoplamiento entre osciladores
- e.g. luciérnagas macho en ríos del sureste Asiático
- Al anochecer no hay sincronía
- Unas horas después árboles enteros pulsan en sincronía
- Acoplamiento por pulsos



Matemáticas... ¿complejas?

Sincronización

Carlos
Gershenson

Contenido

Osciladores

Sincronización

Pasos (Gaits)

Osciladores
heterógenos

Conclusiones

- Muy difícil modelar osciladores acoplados, ya que interacciones esenciales
- No hay muchas herramientas matemáticas para manejar interacciones
- e.g. Sección de Poincaré.
- e.g. Peskin: dos osciladores acoplados (tratando de modelar células marcapaso)
- Mirollo & Strogatz probaron que el modelo de Peskin siempre alcanza sincronización para N osciladores acoplados.



Clasificación de patrones de redes de osciladores acoplados

Sincronización

Carlos
Gershenson

Contenido

Osciladores

Sincronización

Pasos (Gaits)

Osciladores
heterógenos

Conclusiones

- “Phase locking”
- Rompimiento de simetría.
- Sincronización es un estado simétrico, que puede ser reemplazado por estados no simétricos.
- E.g. brincar (piernas en sincronía) vs. caminar (piernas en antisincronía)



Sincronización

Carlos
Gershenson

Contenido

Osciladores

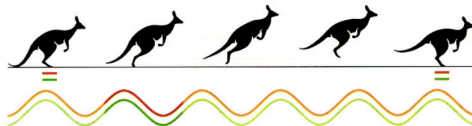
Sincronización

Pasos (Gaits)

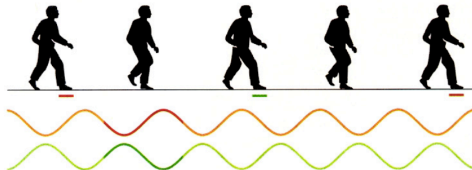
Osciladores
heterogéneos

Conclusiones

a TWO IN SYNCHRONY



b TWO OUT OF SYNCHRONY



c THREE IN SYNCHRONY





Sincronización

Carlos
Gershenson

Contenido

Osciladores

Sincronización

Pasos (Gaits)

Osciladores
heterogéneos

Conclusiones

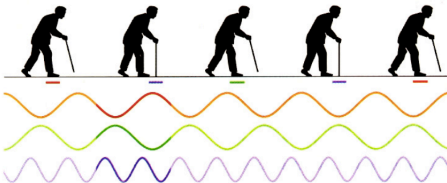
d THREE ONE THIRD OUT OF PHASE



e TWO IN SYNCHRONY AND ONE WILD



f TWO OUT OF SYNCHRONY AND ONE TWICE AS FAST





Sincronización neuronal

Sincronización

Carlos
Gershenson

Contenido

Osciladores

Sincronización

Pasos (Gaits)

Osciladores
heterogéneos

Conclusiones

- ¿Cómo se controlan las extremidades?
- ¿Hay un reloj maestro?
- Todavía en debate, pero...
- Animales con distintos pasos (gaits) (e.g. caminata, trote, galope) necesitarían distintos generadores centrales de patrones
- Si éstos fuesen distribuídos, sólo se necesitaría cambiar la fuerza de acoplamiento de osciladores... el mismo mecanismo se adapta con un sólo parámetro...



Pasos

Sincronización

Carlos Gershenson

Contenido

Osciladores

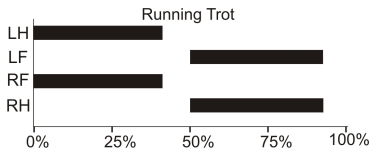
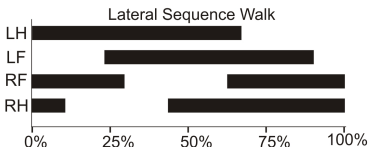
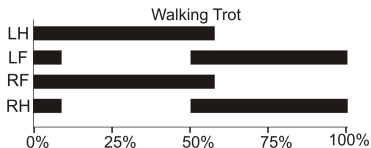
Sincronización

Pasos (Gaits)

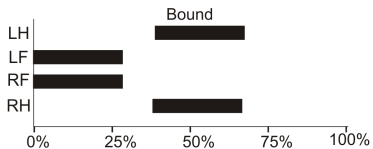
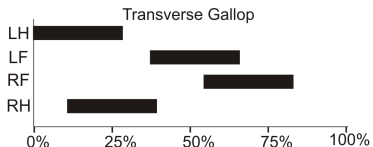
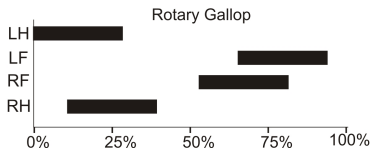
Osciladores heterogéneos

Conclusiones

Symmetrical Gaits



Asymmetrical Gaits





Para cuadrúpedos...

Sincronización

Carlos Gershenson

Contenido

Osciladores

Sincronización

Pasos (Gaits)

Osciladores heterogéneos

Conclusiones

M. Golubitsky et al. / Physica D 115 (1998) 56–72

69

Table 4
Pairs of H and K for quadrupeds

H	K	Name	Twist	$x_2(t)$	$x_3(t)$	$x_4(t)$	
$Z_4(\omega) \times Z_2(\kappa)$	$Z_4(\omega) \times Z_2(\kappa)$	Pronk	0	$x_1(t)$	$x_1(t)$	$x_1(t)$	
	$Z_4(\omega)$	Rack	2	$x_1(t + \frac{1}{2})$	$x_1(t)$	$x_1(t + \frac{1}{2})$	
	$D_2(\kappa, \omega^2)$	Bound	2	$x_1(t)$	$x_1(t + \frac{1}{2})$	$x_1(t + \frac{1}{2})$	
	$Z_4(\kappa\omega)$	Trot	2	$x_1(t + \frac{1}{2})$	$x_1(t + \frac{1}{2})$	$x_1(t)$	
	$Z_2(\kappa)$	Jump	4 ⁺	$x_1(t)$	$x_1(t + \frac{1}{4})$	$x_1(t + \frac{1}{4})$	
				4 ⁻	$x_1(t)$	$x_1(t - \frac{1}{4})$	$x_1(t - \frac{1}{4})$
	$Z_2(\kappa\omega^2)$	Walk	4 ⁺	$x_1(t + \frac{1}{2})$	$x_1(t + \frac{1}{4})$	$x_1(t + \frac{3}{4})$	
				4 ⁻	$x_1(t - \frac{1}{2})$	$x_1(t - \frac{1}{4})$	$x_1(t - \frac{3}{4})$
	$Z_4(\kappa\omega)$	$Z_4(\kappa\omega)^*$	Loping trot	0	$x_2(t)$	$x_2(t)$	$x_1(t)$
		$Z_2(\omega^2)^*$	Rotary gallop	2	$x_2(t)$	$x_2(t + \frac{1}{2})$	$x_1(t + \frac{1}{2})$
1*		Rotary canter	4 ⁺	$x_2(t)$	$x_2(t + \frac{1}{4})$	$x_1(t + \frac{1}{4})$	
			4 ⁻	$x_2(t)$	$x_2(t - \frac{1}{4})$	$x_1(t - \frac{1}{4})$	
$Z_4(\omega)$	$Z_4(\omega)^*$	Loping rack	0	$x_2(t)$	$x_1(t)$	$x_2(t)$	
	$Z_2(\omega^2)^*$	Transverse gallop	2	$x_2(t)$	$x_1(t + \frac{1}{2})$	$x_2(t + \frac{1}{2})$	
	1*	Canter	4 ⁺	$x_2(t)$	$x_1(t + \frac{1}{4})$	$x_2(t + \frac{1}{4})$	
			4 ⁻	$x_2(t)$	$x_1(t - \frac{1}{4})$	$x_2(t - \frac{1}{4})$	
$D_2(\kappa, \omega^2)$	$D_2(\kappa, \omega^2)^*$	Loping bound	0	$x_1(t)$	$x_3(t)$	$x_3(t)$	
	$Z_2(\omega^2)^*$	Running walk	2	$x_1(t + \frac{1}{2})$	$x_3(t)$	$x_3(t + \frac{1}{2})$	
	$Z_2(\kappa\omega^2)^*$	Running walk	2	$x_1(t + \frac{1}{2})$	$x_3(t)$	$x_3(t + \frac{1}{2})$	
	$Z_2(\kappa)^*$	Loping bound	2	$x_1(t)$	$x_3(t)$	$x_3(t)$	
$Z_2(\omega^2)$	$Z_2(\omega^2)$		0	$x_2(t)$	$x_3(t)$	$x_4(t)$	
	1		2	$x_2(t)$	$x_3(t)$	$x_4(t)$	
	$Z_2(\kappa)^*$	Loping bound	0	$x_1(t)$	$x_3(t)$	$x_3(t)$	
$Z_2(\kappa)$	1*	Running walk	2	$x_1(t + \frac{1}{2})$	$x_3(t)$	$x_3(t + \frac{1}{2})$	
	$Z_2(\kappa\omega^2)$		0	$x_2(t)$	$x_3(t)$	$x_4(t)$	
$Z_2(\kappa\omega^2)$	1		2	$x_2(t)$	$x_3(t)$	$x_4(t)$	
	1		0	$x_2(t)$	$x_3(t)$	$x_4(t)$	



Periplaneta computarix

Sincronización

Carlos
Gershenson

Contenido

Osciladores

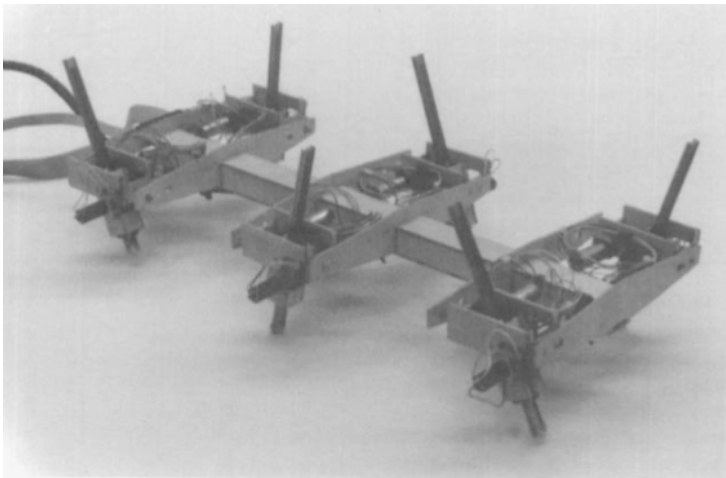
Sincronización

Pasos (Gaits)

Osciladores
heterogéneos

Conclusiones

Beer et al., 1990's





Sincronización

Carlos Gershenson

Contenido

Osciladores

Sincronización

Pasos (Gaits)

Osciladores heterogéneos

Conclusiones

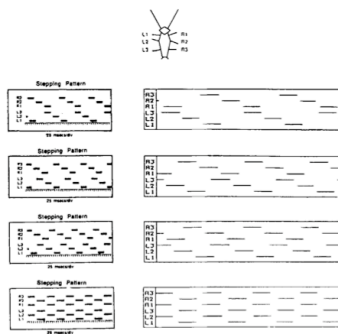


Figure 1: A comparison of simulated and robot gaits. Black bars represent the swing phase of a leg and the space between bars represents its stance phase. (Top) Leg labeling conventions. (Left) Selected gaits observed in simulation as the activity of the command neuron is varied from lowest (top) to highest (bottom) (Beer 1990). (Right) Gaits generated by the robot under corresponding conditions. Here the duration of a swing bar is 0.5 seconds.



Sincronización

Carlos Gershenson

Contenido

Osciladores

Sincronización

Pasos (Gaits)

Osciladores heterogéneos

Conclusiones

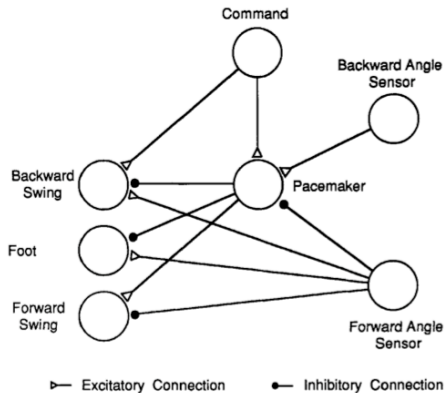


Figure 2: The leg control circuit. Each leg is monitored by two sensory neurons



Sincronización

Carlos Gershenson

Contenido

Osciladores

Sincronización

Pasos (Gaits)

Osciladores heterogéneos

Conclusiones

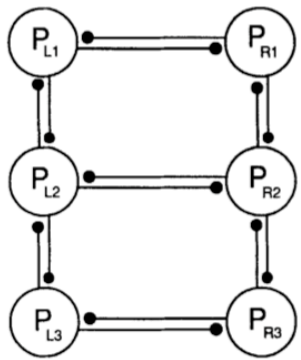


Figure 3: The pacemaker neurons of adjacent leg controllers are coupled by mutual inhibition.



Osciladores heterógeneos

Sincronización

Carlos
Gershenson

Contenido

Osciladores

Sincronización

Pasos (Gaits)

Osciladores heterógeneos

Conclusiones

- Se pueden sincronizar osciladores con frecuencias diferentes, si sus acomplamientos son lo suficientemente fuertes.
- e.g. algas *Gonyaulax*: ciclo circadiano de luminosidad. Si se ponen a luz tenue constante, ciclo se pierde lentamente...



Modelo de Winfree

Sincronización

Carlos Gershenson

Contenido

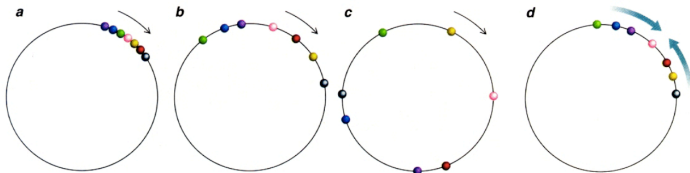
Osciladores

Sincronización

Pasos (Gaits)

Osciladores heterogéneos

Conclusiones



NONIDENTICAL OSCILLATORS may start out in phase with one another (as shown on circle *a*, in which 360 degrees mark one oscillation), but they lose coherence as the faster ones move

ahead, and the slower ones fall behind (*b, c*). A simple coupling force that speeds up slower oscillators and slows down faster ones, however, can keep them all in phase (*d*).

- Sincronía depende de varianza de frecuencias
- Algunos osciladores pueden no acoplarse
- Retroalimentación positiva si unos cuantos se sincronizan (uno vs. promedio, no vs. todos)
- Similar a transiciones de fase en física (congelación, magnetización)
- ¿Aplicaciones?



Modelo de Kuramoto

Sincronización

Carlos
Gershenson

Contenido

Osciladores

Sincronización

Pasos (Gaits)

Osciladores heterógeneos

Conclusiones

- Sincronización de osciladores acoplados

- `http:`

`//www.ct.infn.it/~cactus/applets/kura.html`

$$\frac{\partial \theta_i}{\partial t} = \omega_i + \frac{K}{N} \sum_{j=1}^N \sin(\theta_j - \theta_i), \quad i = 1 \dots N$$



Conclusiones

Sincronización

Carlos
Gershenson

Contenido

Osciladores

Sincronización

Pasos (Gaits)

Osciladores heterogéneos

Conclusiones

- Sincronización natural, pero compleja, distribuida, interesante
- Relación con complejidad: interacciones
- Rompimiento de simetría, transiciones de fase (relacionado con Ashby...)
- Requiere de adaptación...



Referencias

Sincronización

Carlos
Gershenson

Contenido

Osciladores

Sincronización

Pasos (Gaits)

Osciladores heterógeneos

Conclusiones

- Beer, R.D., Chiel, H.J., Quinn, R.D., Espenschied, K. and Larsson, P. (1992). A distributed neural network architecture for hexapod robot locomotion. *Neural Computation* 4(3):356-365. <http://tinyurl.com/c9wgmv>
- S. H. Strogatz and I. Stewart. Coupled oscillators and biological synchronization. *Scientific American* 269 (6): 102-09 (1993). <http://tinyurl.com/arn1s5>
- Winfree, A. T. (1987). *The Timing of Biological Clocks*.