

Anti modularidad en RBN's

Escobar Loera Luis Ángel
PCIC, UNAM

Correo-e: angel.escobar94@hotmail.com

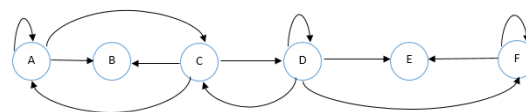
En este artículo abordaremos lo que son las redes booleanas como es que estas funcionan, abordaremos conceptos como lo es la modularidad y anti modularidad y analizaremos cómo es que estos afectan el cómo es que la red se comporta, como converge y también cómo es que estos dos conceptos se diferencian y las posibles analogías con fenómenos sociales y biológicos.

Introducción

Las redes neuronales booleanas aleatorias fueron desarrolladas por Kauffman en 1969, estas redes básicamente están formadas por N nodos y K conexiones (figura 1), los nodos de esta red solo pueden tomar valores de cero o uno, dichas redes se consideran genéricas, porque no se asume ninguna funcionalidad o conectividad particular en los nodos ya que estas se generan aleatoriamente, y la red actúa en base a la información y a reglas lógicas. Es decir los valores de cero y uno en los nodos dependen de las conexiones y las tablas de reglas lógicas aleatorias de cada nodo.

La importancia de estas redes radica en su capacidad para comprender los principios fundamentales de los sistemas vivos. Esto parte de las hipótesis de Kauffman que dicen que los organismos vivos pueden construirse a partir de elementos aleatorios.

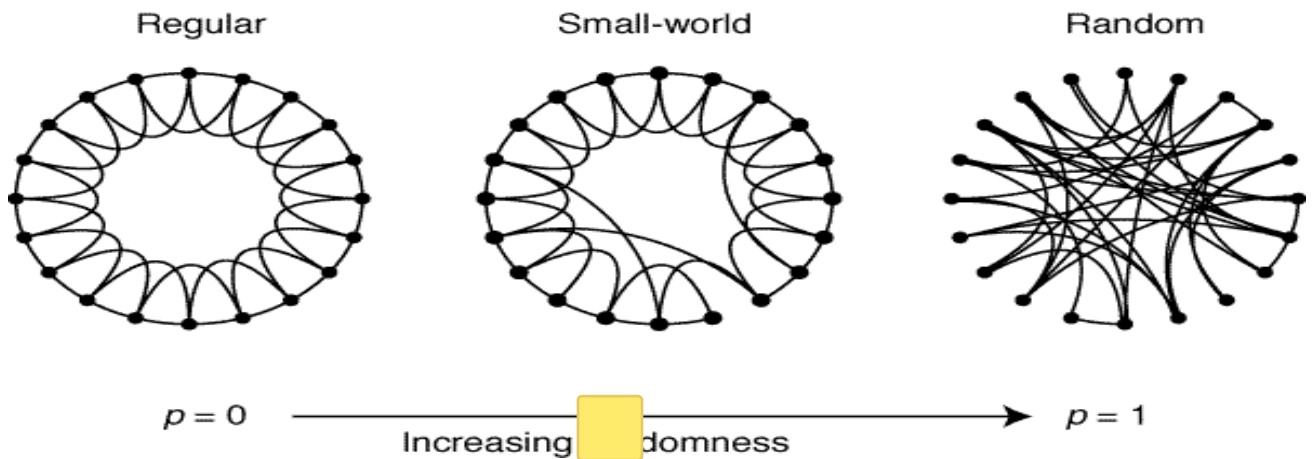
El tema de la modularidad es interesante pues básicamente permite analizar un concepto como es el mundo pequeño (figura 2).



(Figura 1) En esta imagen los nodos son los círculos representados con letras es decir $N=6$, y las conexiones son las flechas que entran a cada nodo es por lo tanto $K=2$

El por qué resulta interesante estudiar este fenómeno en las redes booleanas aleatorias se debe a que comúnmente este tipo de redes se usan para estudiar fenómenos biológicos pero el fenómeno del mundo pequeño está más relacionado al ámbito social.

Lo que permite estudiar toda una nueva gama de fenómenos tanto biológicos como sociales que con las RBN's estándar sería más complicado o directamente no se podría. Además el fenómeno del mundo pequeño también tiene como ventaja que al no ser un sistema caótico ni tampoco completamente ordenado sino más bien un sistema que está muy cerca de la criticalidad, y son precisamente este tipo de sistemas los que tienen mayores probabilidades de mantenerse y adaptarse.



(Figura 2) Esta figura muestra cómo es que el fenómeno de mundo pequeño se encuentra en un término medio entre el caos y el orden.

Nosotros podemos ver esta modularidad en las redes booleanas aleatorias con una matriz de conexiones y para este análisis analizamos los 3 posibles casos siguientes:

RBN estándar

| | A | B | C | D | E | F |
|---|---|---|---|---|---|---|
| A | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| B | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| C | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| D | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| E | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| F | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |

Para la red booleana estándar las conexiones entre los nodos son completamente aleatorias.

RBN modulada

| | A | B | C | D | E | F |
|---|---|---|---|---|---|---|
| A | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| B | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| C | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| D | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| E | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| F | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |

Para este caso las conexiones entre los nodos dependen de los módulos, es decir la mayor cantidad de conexiones se

encontrarán dentro de estos y solo una pequeña cantidad de conexiones terminarán fuera de estos.

RBN anti modular

| | A | B | C | D | E | F |
|---|---|---|---|---|---|---|
| A | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| B | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| C | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| D | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| E | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| F | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |

Para este último caso las conexiones estarán en mayor medida fuera de los módulos y solo muy pocas se encontrarán dentro de estos.

En estas matrices de conexiones las letras representan los nodos, los unos las conexiones y lo marcado en amarillo son los módulos principales.

Material y métodos

El análisis de estas redes moduladas o anti modulares estará enfocado en su comportamiento en cómo convergen los datos, el número de atractores y distancia entre estos, así como su Modularidad.

La Modularidad de una red será medida de la manera siguiente:

$$M = \frac{\%i}{\%o}$$

Donde M es la modularidad en la red, %i es el porcentaje de conexiones dentro del módulo, y %o es el porcentaje de conexiones fuera del módulo.

Para la anti modularidad la fórmula es igual pero se considera que los módulos son los que no se encuentran en la diagonal principal si no todos los que la rodean.

Resultados

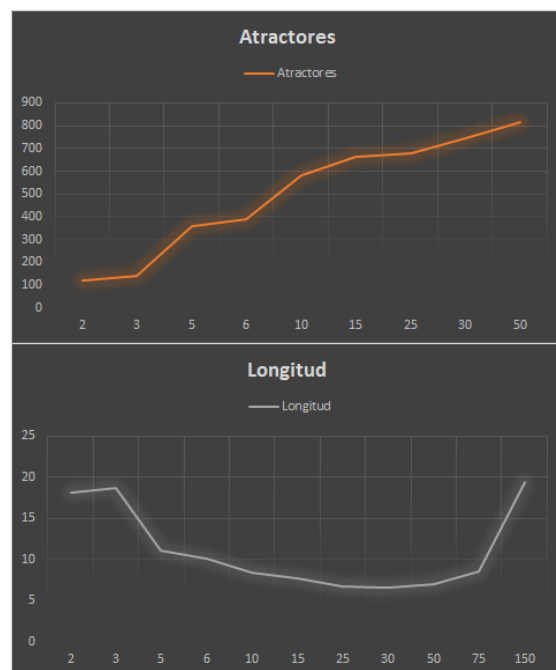
Se desarrolló en Python un programa para evaluar la modularidad de una red y comprobar cómo es que esta afecta el comportamiento de la red. Se probó para una red de 150 nodos y 2 conexiones por nodo, se fue variando la cantidad de módulos que se deseaban en la diagonal principal y se obtuvieron la cantidad de atractores obtenidos así como la longitud de estos.

Cabe destacar que para obtener resultados más fiables se crearon para cada prueba 100 redes, y se realizaron las mediciones de atractores y la longitud promedio para cada red, al final se obtuvo el promedio general de estos valores.

Red Modulada

| Módulos | Atractores | Longitud |
|---------|------------|----------|
| 2 | 118.9 | 18.08 |
| 3 | 140.73 | 18.75 |
| 5 | 359.85 | 11.16 |

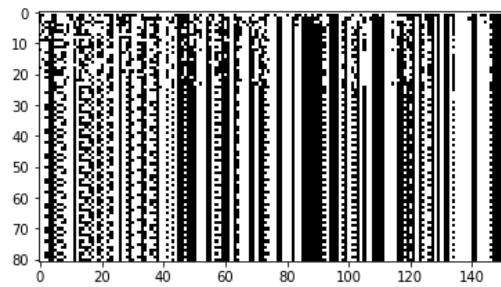
| | | |
|-----|--------|-------|
| 6 | 390.22 | 10.14 |
| 10 | 580.42 | 8.34 |
| 15 | 662.16 | 7.68 |
| 25 | 679.73 | 6.74 |
| 30 | 745.34 | 6.61 |
| 50 | 816.96 | 7.02 |
| 75 | +10000 | 8.57 |
| 150 | +10000 | 19.45 |



Para el caso de la red modulada obtuvimos la tabla anterior donde podemos apreciar claramente el cómo es que conforme se aumenta la cantidad de nodos, también aumentan los atractores generados por cada red, e incluso para una cantidad de módulos de 75 o 150 la cantidad de atractores que se encontraron supero el límite de 1000 los mil atractores.

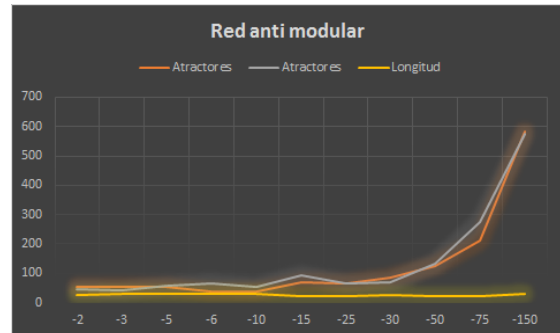
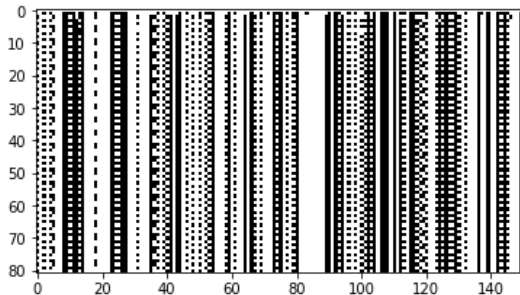
La red cuenta con una modularidad promedio de 9.5, el cómo se comportan los datos a través del tiempo para una red modular lo podemos observar en las siguientes figuras.

Para 2 módulos:



| | | | |
|------|--------|--------|-------|
| -25 | 64.52 | 64.52 | 22.77 |
| -30 | 83.99 | 68.58 | 24.58 |
| -50 | 123.52 | 131.32 | 20.64 |
| -75 | 212.08 | 273.56 | 21.31 |
| -150 | 581.51 | 574.43 | 29.64 |

Para 150 módulos:



Se puede apreciar como la red con dos módulos tarda más en estabilizarse y llegar a un atractor puntual, mientras que para 150 módulos la red llega rápidamente a un atractor puntual y se mantiene en este.

Para la red anti modular se calcularon 2 veces los atractores pues cuando la cantidad de módulos no era muy alta los atractores se comportan de cualquier forma y no se hace claro cuál es el patrón que siguen si es que existe alguno. Lo que si resulta interesante es que para 50 módulos en adelante se empieza a apreciar un crecimiento constante de la convergencia de la red.

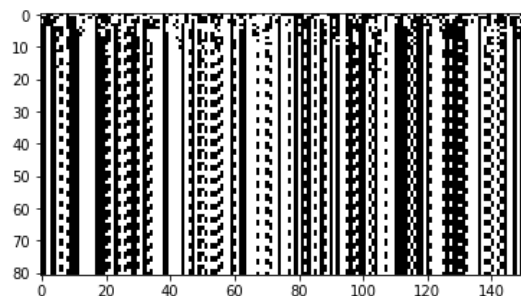
El comportamiento de la longitud promedio entre los atractores para pocos módulos es mayor conforme el número de módulos crece la longitud también lo hace, peor al llegar a cierto punto el comportamiento cambia y la longitud empieza a crecer nuevamente.

La medida de modularidad para una red anti modular resulta ser más un poco más pequeño 8.73, los datos para una red anti modular a través del tiempo se muestra en las siguientes figuras.

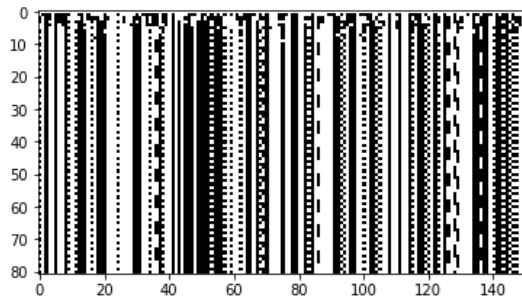
Red anti modular

| Módulos | Atractores | Atractores | Longitud |
|---------|------------|------------|----------|
| -2 | 55.23 | 45.95 | 27.75 |
| -3 | 53.1 | 42.84 | 31.75 |
| -5 | 53.14 | 57.12 | 30.64 |
| -6 | 36.39 | 65.61 | 29.88 |
| -10 | 36.42 | 55.56 | 31.3 |
| -15 | 68.07 | 91.47 | 22.46 |

Para 2 módulos.



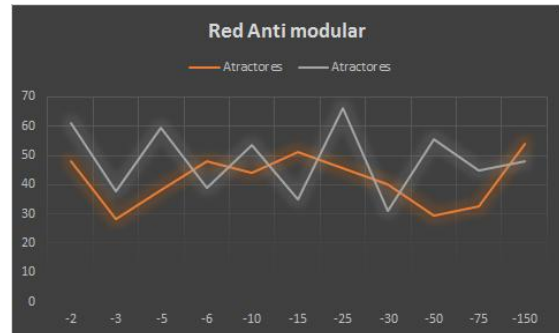
Para 150 módulos.



Como podemos ver ambos datos se comportan de manera muy similar quizás se podría destacar que parece que para 2 módulos tarda un poco más en llegar a un atractor, pero no es tan claro este comportamiento a diferencia de las redes modulares.

Debido a lo poco claros que son los datos para las redes anti modulares se incrementó la modularidad de la red para ver si los datos se volvían más claros como resultado obtenemos la siguiente tabla.

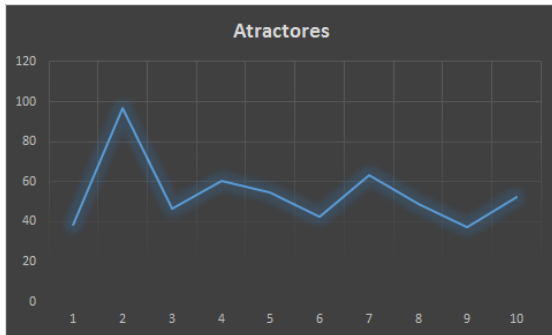
| Módulos | Atractores | Atractores |
|---------|------------|------------|
| -2 | 47.91 | 61.05 |
| -3 | 28.14 | 37.71 |
| -5 | 38.03 | 59.41 |
| -6 | 48.16 | 38.8 |
| -10 | 44.26 | 53.5 |
| -15 | 51.13 | 35.18 |
| -25 | 45.63 | 66.34 |
| -30 | 40.08 | 31 |
| -50 | 29.3 | 55.57 |
| -75 | 32.76 | 44.98 |
| -150 | 54.07 | 47.99 |



Esta tabla resultó más problemática puesto que los datos obtenidos para una modularidad de no son para nada claros y lo que es peor antes para los casos de -50, -75 y 150, ya no se aprecia ese incremento en los atractores que se apreció antes sino que los datos son más erráticos y no se puede obtener una clara conclusión de estos.

También se obtuvo 10 veces el promedio de una red estándar y se obtuvo la siguiente tabla

| | Atractores |
|----|------------|
| 1 | 38.59 |
| 2 | 96.73 |
| 3 | 46.79 |
| 4 | 60.63 |
| 5 | 54.62 |
| 6 | 42.72 |
| 7 | 63.21 |
| 8 | 49.1 |
| 9 | 37.15 |
| 10 | 52.45 |



De la tabla anterior se puede ver que la red estándar no tiene un comportamiento definido y el cómo se comporta suele ser bastante difícil de analizar.

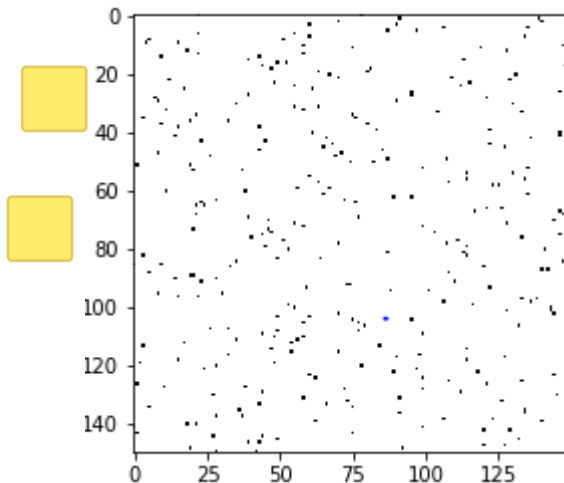
Discusión

Tras realizar las pruebas correspondientes fue interesante ver el cómo es que dos conceptos como la modularidad y la anti modularidad no pueden ser estudiados ni analizados con los mismos procedimientos pues es más que claro que la modularidad presenta un claro incremento de la convergencia no solo cuando la cantidad de módulos incrementa, si no también conforme aumenta la modularidad.

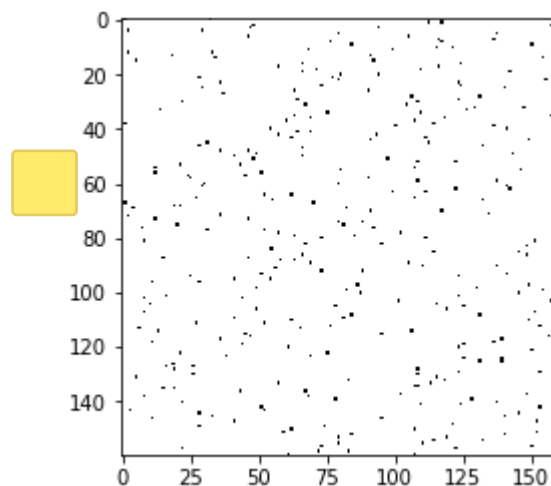
Mientras que para la anti modularidad el aumento de los módulos no incrementa el como la red converge de manera tan clara, y no es sino hasta que el incremento es muy grande cuando por fin se nota este incremento. Y peor aun cuando se incrementa la modularidad de la red el comportamiento en los datos es mucho menos claro.

Lo más interesante es que para el caso anti modular dependiendo de su modularidad y la cantidad de módulos que maneje se comporta como una red booleana estándar, el por qué pasa esto podría tener la siguiente explicación que puede apreciarse con las siguientes imágenes

Esta es la matriz de conexiones de una red booleana anti modular de 150 nodos con 2 conexiones por nodo y una medida de modularidad de 99

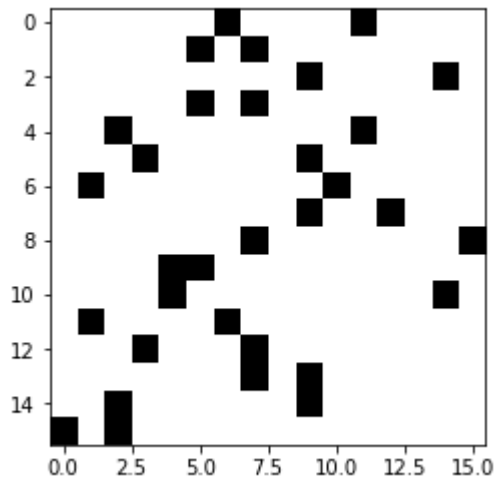


Y esta es la imagen de una matriz de conexiones de una red booleana estándar.

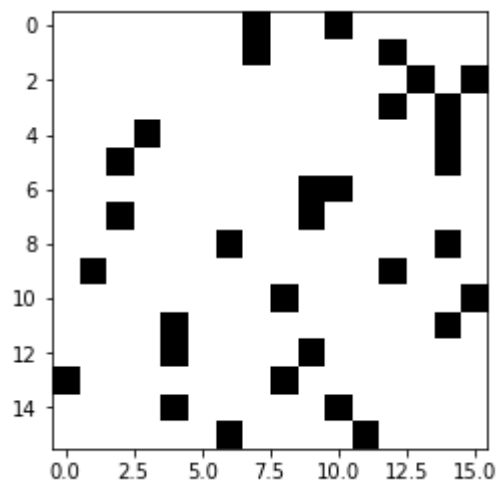


La cantidad de conexiones no permite que se aprecie la diferencia entre una red modular y una estándar y el hecho de que las redes sean aleatoria propicia que en algunos casos las redes sean o muy parecidas o muy distintas sin importar el grado de modularidad de la matriz anti modulada.

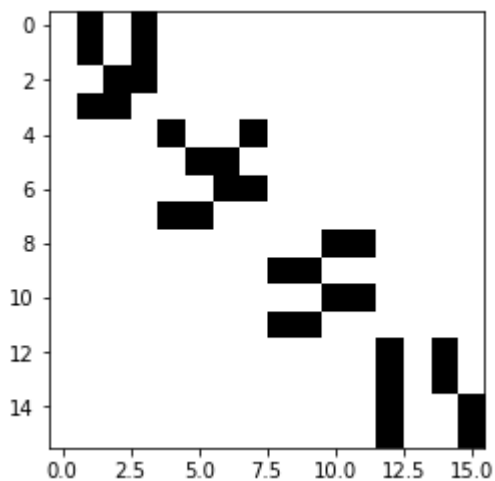
Para que se aprecie mejor aquí tenemos una matriz de conexiones para 16 nodos y 2 conexiones estándar.



Esta es una red anti modular



Esta es una red modulada.



Esta es la principal razón de porque a pesar de que una matriz modular presenta

un comportamiento tan fácil de entender y al mismo tiempo tan constante, una matriz anti modular no presenta grandes cambios con respecto a una normal.

Referencias

Carlos Gershenson 12 Aug 2004 Introduction to Random Boolean Networks Centrum Leo Apostel, Vrije Universiteit Brussel. Krijgsku arXiv:nlin/0408006v3 [nlin.AO]

Santamaría-Bonfil G, Gershenson C & Fernández N (2017) A Package for Measuring Emergence, Self-organization, and Complexity Based on Shannon Entropy. *Front. Robot. AI* 4:10. doi: 10.3389/frobt.2017.

Nelson Fernández, Carlos Maldonado & Carlos Gershenson, April 26, 2013 Information Measures of Complexity, Emergence, Self-organization, Homeostasis, and Autopoiesis Laboratorio de Hidroinformática, Facultad de Ciencias Basicas Universidad de Pamplona, Colombia

Easley, D., & Kleinberg, J. (2010). *The Small-World Phenomenon. In Networks, Crowds, and Markets: Reasoning about a Highly Connected World* (pp. 537-566). Cambridge: Cambridge University Press. doi:10.1017/CBO9780511761942.021

Bryan C. Daniels, Hyunju Kim, Douglas Moore, Siyu Zhou, Harrison Smith, Bradley Karas, Stuart A. Kauffman, Sara I. Walker Logic and connectivity jointly determine criticality in biological gene regulatory networks, ASU-SFI Center for Biosocial Complex Systems, Arizona State University, Tempe, AZ 85287, School of Earth and Space Exploration, Arizona State University, Tempe AZ 85287, Beyond Center for Fundamental Concepts in Science, Arizona State University Department of Physics, Arizona State University, Tempe AZ 85287, Institute for Systems Biology, Seattle WA