INTRODUCCIÓN A ESPACIOS DIGITALES

Edgar Garduño Ángeles C. Computación, I.I.M.A.S.

Introducción a Topología Digital

Por un momento dejaremos de lado las transformadas y proyecciones para visitar un tema que es importante para procesamiento de imágenes digitales y para visualización. Los objetos digitales finalmente son objetos "geométricos" con ciertas propiedades. Ahora revisaremos algunas de las propiedades "geométricas" de los objetos digitales y de sus componentes.

Vecindarios de Voronoi

- Cualquier conjunto Γ de puntos en $\mathbb{R}^n$ se conoce como una rejilla.
- El Vecindario de Voronoi en Γ para cualquier $\bar{g} \in \Gamma$ se define como:

$$N_G\left(\bar{g}\right) = \left\{\bar{x} \in \mathbb{R}^n \mid \text{para todo } \bar{h} \in \Gamma, \left\|\bar{x} - \bar{g}\right\| \leq \left\|\bar{x} - \bar{h}\right\|\right\}$$

- Los vecindarios de Voronoi para $\mathbb{R}^2$ se les conoce como *píxeles* (abreviación *picture elements* en inglés). En $\mathbb{R}^3$ se les conoce como *vóxeles* (abreviación *volume elements* en inglés). De manera general, los elementos espaciales se conocen como *spels* (abreviación *spatial elements* en inglés).

Spels Rectilíneos

- La mayoría de las máquinas digitalizan de forma rectilínea. Además, el hardware típicamente está configurado de forma rectilínea (e.g., la memoria).
- En general, se asocia cierta densidad a cada *spel*. Una forma de llevar a cabo esta operación, es por medio de muestreo con un tren de pulsos Ш_{G_Δ}(algo que veremos más adelante en el curso).
- En la presentación hablaremos de *spels* en 2D, píxeles, y en 3D, vóxeles.

Escenas

- Una vez que se ha llevado a cabo la digitalización, el resultado es un conjunto de *spels* que es un subconjunto del espacio $\mathbb{R}^n$.
- En el caso de *spels* rectilíneos se tiene que el resultado es un subconjunto de $\mathbb{Z}^n$.
- En el caso de imágenes, en n-dimensiones, el subconjunto es limitado, y típicamente tiene la siguiente forma:

$$U = \left\{ \bar{u} \mid a_1 \le u_1 \le b_1, \ldots, a_n \le u_n \le b_n, \bar{u} \in \mathbb{Z}^n, \bar{a} \in \mathbb{Z}^{n-}, \bar{b} \in \mathbb{Z}^{n+} \right\}$$

a este conjunto $U \subset \mathbb{Z}^n$ se le conoce como escena.

Objetos Digitales

- En procesamiento de imágenes, visualización, manipulación y análisis son interdependientes. Todos, de una forma u otra, dependen del concepto de *objeto*.
- El proceso de extracción, identificación o aislamiento de regiones significativas se conoce como *segmentación*.
- Después de la segmentación, lo que queda es un una escena binaria, un subconjunto I de la escena contiene a los *spels* que pertenecen a los objetos, y el otro, O, pertenece al exterior.
- Claramente, estos conjuntos son complementarios.

Adyacencia

- Los *spels* dentro de los conjuntos I y O guardan cierta relación entre ellos.
- Sea M cualquier conjunto y ρ una relación binaria sobre M. Para dos elementos $(\overline{u}, \overline{v}) \in \rho$, si $\overline{u}, \overline{v} \in M$ entonces se dice que $\overline{v}$ es ρ-adyacente a $\overline{u}$, y que $\overline{u}$ es accesible desde $\overline{v}$. En el caso de que ρ sea simétrica, entonces se dice que $\overline{u}$ y $\overline{v}$ son ρ-adyacentes.
- Por comodidad, se refiere al termino *adyacente* para referirse a un relación ρ simétrica.
- En el caso de subconjuntos de $\mathbb{Z}^n$, las siguientes son tres relaciones comunes:

Adyacencias α_n, β_n y ω_n

- $(\bar{u},\bar{v}) \in \omega_n \Leftrightarrow |\bar{u}-\bar{v}| = 1$
  esta adyacencia se conoce como de arista (4-), cuando $\bar{u},\bar{v} \in \mathbb{Z}^2$, y adyacencia de cara (6-) cuando $\bar{u},\bar{v} \in \mathbb{Z}^3$.
- $(\bar{u},\bar{v}) \in \alpha_n \Leftrightarrow \left(\bar{u} \neq \bar{v} \text{ y, para } 1 \leq i \leq n, \left|u_i - v_i\right| \leq 1\right)$
  esta adyacencia se conoce como de vértice-cara (8-), cuando $\bar{u},\bar{v} \in \mathbb{Z}^2$, y adyacencia de vértice-arista-cara (26-) cuando $\bar{u},\bar{v} \in \mathbb{Z}^3$.
- $(\bar{u},\bar{v}) \in \beta_n \Leftrightarrow \left[(\bar{u},\bar{v}) \in \alpha_n \text{ y } \sum_{i=1}^{n} \left|u_i - v_i\right| \leq 2\right]$

  esta adyacencia se conoce como de vértice-cara (8-), cuando $\bar{u},\bar{v} \in \mathbb{Z}^2$, y adyacencia de arista-cara (18-) cuando $\bar{u},\bar{v} \in \mathbb{Z}^3$.

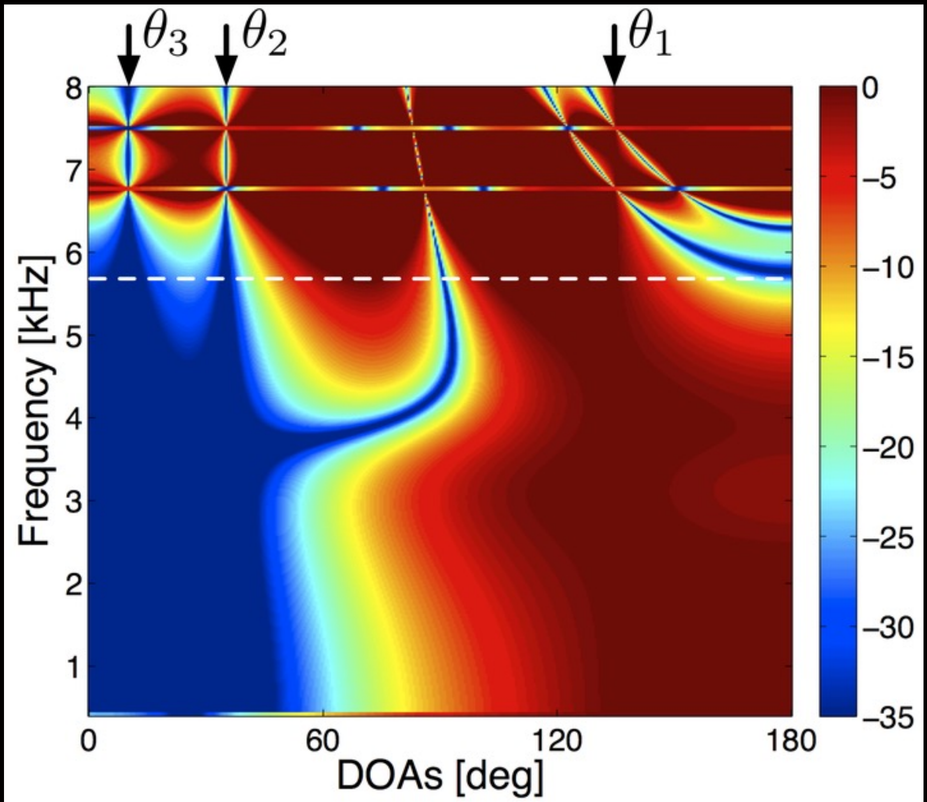
Conectividad

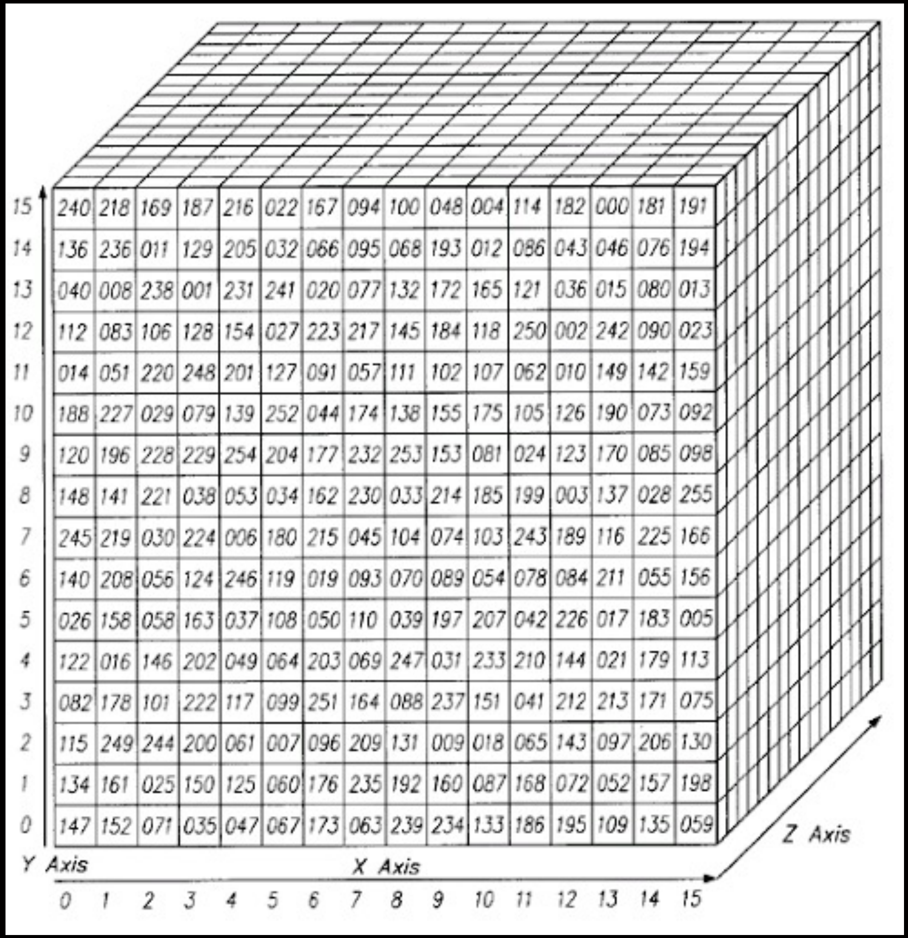
- Definición: Supongamos que tenemos dos puntos $\overline{u}, \overline{v} \in V$, se dice que la secuencia de puntos $\left(\overline{u} = \overline{w}^0, \overline{w}^1, \ldots, \overline{w}^{K-1}, \overline{v} = \overline{w}^K\right)$ es un ρ -camino (o ρ -cadena) de $\overline{u}$ a $\overline{v}$ si $\left(\overline{w}^i, \overline{w}^{i+1}\right) \in \rho$.
- Obviamente, la definición de camino depende del tipo de adyacencia ρ. Por lo tanto, se pueden tener α_n-, β_n-, ω_n-caminos.
- Definición: Se dice que $\overline{\boldsymbol{u}},\overline{\boldsymbol{v}} \in W \subset V$ están conectados en W si $\overline{w}^i \in W$, para todo $\overline{w}^i$ que pertenece a la secuencia $\left(\overline{u} = \overline{w}^0, \ldots, \overline{v} = \overline{w}^K\right)$
- Proposición: La conectividad en W es una relación de equivalencia.
- Definición: Las clases de equivalencia definidas por esta relación se llaman componentes conectados de W. Si W tiene sólo un componente, entonces solo W está conectado.

Introducción a Espacios Digitales

- Un *espacio digital* es el par (V, π) donde V es cualquier conjunto no vacio y π es una relación binaria simétrica en V de forma tal que V es π-conectado.
- Una *imagen digital* sobre un espacio digital (V, π) es un triplete (V, π, f), donde f es una función con dominio en V.
- Una *imagen binaria* es aquella donde f tiene como rango $\{0,1\}$.

¿Qué es una Imagen?





¿Qué es una Imagen?

Sistema de Imagenología

1	2	3
4	5	6
7	8	9