

Problema 1

- Dar ejemplos de lenguajes L_1 & L_2 sobre $\{a, b\}$ tales que:
 - $\overline{(L_1 \cup L_2)} \neq \overline{L_1} \cup \overline{L_2}$
 - Dar una cadena en un lado de la igualdad pero no al otro.
- Asumir:
 - $L_1 = \{a\}$ & $L_2 = \{b\}$
- Lado izquierdo:
 - $(L_1 \cup L_2) = \{a, b\}$
 - $\overline{(L_1 \cup L_2)} = \Sigma^* - \{a, b\}$
- Lado derecho:
 - $\overline{L_1} = \Sigma^* - \{a\}$ & $\overline{L_2} = \Sigma^* - \{b\}$
 - Pero $a \in \overline{L_2}$ & $b \in \overline{L_1}$. $\overline{L_1} \cup \overline{L_2} = \{a, b\}^* \neq \overline{(L_1 \cup L_2)}$
- En particular, a & b son cadenas en el lenguaje del lado derecho, pero no en el del lado izquierdo!

Dr. Luis Pineda, DCC-IIMAS, UNAM, 2004-I

Problema 2

- Dar lenguajes L_1 & L_2 sobre $\{a, b\}$ tales que:
 - $L_1^* L_2^* \neq (L_1 L_2)^*$.
- Asumir:
 - $L_1 = \{a\}$
 - $L_2 = \{b\}$
- Lado izquierdo:
 - $L_1^* L_2^* = \{a\}^* \{b\}^*$ (i.e. cadenas de a 's seguidas de b 's).
- Lado derecho:
 - $(L_1 L_2)^* = \{ab\}^*$ (i.e. cadenas formadas por ab 's)
- Cadenas
 - $aab, abb, aaabbbb \in \{a\}^* \{b\}^*$ pero $\notin \{ab\}^*$
 - $abab, ababab, ababab \in \{ab\}^*$ pero $\notin \{a\}^* \{b\}^*$

Dr. Luis Pineda, DCC-IIMAS, UNAM, 2004-I

Problema 3

- Dar ejemplo de un lenguaje L sobre $\{a, b\}$ donde $L = L^*$ pero $\overline{L} \neq (\overline{L})^*$. Justifique su respuesta dando una cadena en $(\overline{L})^*$ pero no en $\overline{L}$.
- Asumir $L = \{\Lambda\}$
 - $L = L^*$
 - $\overline{L} = \Sigma^* - \{\Lambda\}$
 - $(\overline{L})^* = L^0 \cup L^1 \cup L^2 \cup \dots$
 - $\overline{L} \neq (\overline{L})^*$
 - En particular, $\Lambda \in (\overline{L})^*$ pero $\Lambda \notin \overline{L}$

Dr. Luis Pineda, DCC-IIMAS, UNAM, 2004-I

Problema 4

- Dar un ejemplo de un lenguaje INFINITO L tal que $L^i \neq L^{i+1}$ para todo $i \geq 1$. Justifique su respuesta dando una cadena que esté en L^i pero no en L^{i+1}
- Sea $L = \{a^1, a^2, a^3, \dots\}$
- Entonces:
 - $L^1 = \{a^1, a^2, a^3, \dots\}$
 - $L^2 = \{a^2, a^3, a^4, \dots\}$
 - $L^3 = \{a^3, a^4, a^5, \dots\}$
 - ...
 - $L^i = \{a^i, a^{i+1}, a^{i+2}, \dots\}$
- Consecuentemente:
 - Para todo i, j , Si $a^i \in L^j$ & $i = j$ entonces $a^i \notin L^{j+1}$
 - Por lo tanto, para todo i , $L^i \neq L^{i+1}$

Dr. Luis Pineda, DCC-IIMAS, UNAM, 2004-I

Problema 5

- Dar un ejemplo de un lenguaje L tal que $L \neq LL$ pero $LL = L^*$; justifique que $L \neq LL$ dando un ejemplo de una cadena que este a LL pero no en L
- Asumir:
 - $L = \{x \in \{1\}^* \mid |x| \text{ es non} \} \cup \{\Lambda\}$
 - LL :

L					L
...	...	...	...	...	
111	$\Lambda 111$	1111	111111	...	
1	$\Lambda 1$	11	1111	...	
Λ	$\Lambda \Lambda$	1 Λ	111 Λ	...	
$\frac{L}{L}$	Λ	1	111	...	

- $LL = L^0 \cup L^1 \cup \{L - \Lambda\} \cup \{L - \Lambda\} = L^0 \cup L^1 \cup L^2 = L^*$
- $L \neq LL$: Nones + 0 $\neq$ Naturales + 0

Dr. Luis Pineda, DCC-IIMAS, UNAM, 2004-I