

Sesión 21

La GLC de un AP

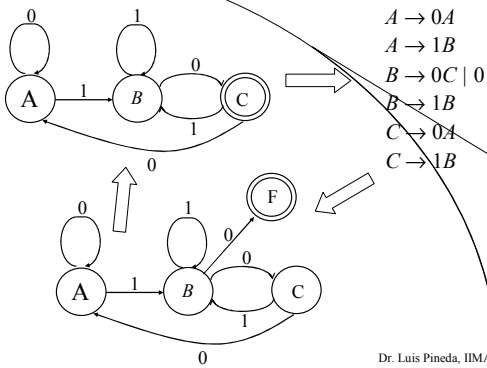
Dr. Luis Pineda, HIMAS, 2010

AP & GLC

- ✓ Existe un AP M tal que $L(M) = L(G)$ para toda GLC G
- Existe una CFG G tal que $L(G) = L(M)$ para todo AP M
- El conjunto de todos los LLC generados por las GLC (ambiguas o no ambiguas) es el conjunto de todos los LLC aceptados por los AP.

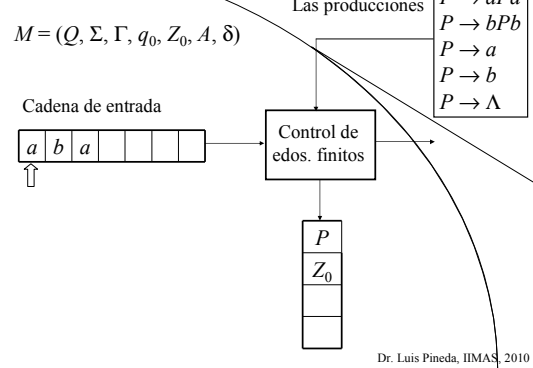
Dr. Luis Pineda, HIMAS, 2010

Una analogía con FA!



Dr. Luis Pineda, HIMAS, 2010

La simulación top-down de Pal



Dr. Luis Pineda, HIMAS, 2010

Procesamiento top-down

cadena	edo.	cinta	Stack	Tipo: movida	Conf.	Producción
aba	q_0	Λ	Z_0	0: (q_1, P)	(q_0, aba, Z_0)	
aba	q_1	Λ	P	1: (q_1, aPa)	(q_1, aba, PZ_0)	$P \rightarrow aPa$
aba	q_1	a	a	2: (q_1, Λ)	$(q_1, aba, aPaZ_0)$	
ba	q_1	Λ	P	1: (q_1, b)	(q_1, ba, PaZ_0)	$P \rightarrow b$
ba	q_1	b	b	2: (q_1, Λ)	(q_1, ba, baZ_0)	
a	q_1	a	a	2: (q_1, Λ)	(q_1, a, aZ_0)	
Λ	q_1	Λ	Z_0	3: (q_2, Z_0)	(q_1, Λ, Z_0)	
Λ	q_2	Λ	Z_0		(q_2, Λ, Z_0)	

Las producciones corresponden a movidas de tipo 1

Dr. Luis Pineda, HIMAS, 2010

La gramática de una AP!

cadena	edo.	in	Stack	Tipo: movida	Conf.	Producción
aba	q_0	Λ	Z_0	0: (q_1, P)	(q_0, aba, Z_0)	
aba	q_1	Λ	P	1: (q_1, aPa)	(q_1, aba, PZ_0)	$P \rightarrow aPa$
aba	q_1	a	a	2: (q_1, Λ)	$(q_1, aba, aPaZ_0)$	
ba	q_1	Λ	P	1: (q_1, b)	(q_1, ba, PaZ_0)	$P \rightarrow b$
ba	q_1	b	b	2: (q_1, Λ)	(q_1, ba, baZ_0)	
a	q_1	a	a	2: (q_1, Λ)	(q_1, a, aZ_0)	
Λ	q_1	Λ	Z_0	3: (q_2, Z_0)	(q_1, Λ, Z_0)	
Λ	q_2	Λ	Z_0		(q_2, Λ, Z_0)	

¿Es posible asociar una producción con cada movida?

Dr. Luis Pineda, HIMAS, 2010

Tabla de transición de Pal_{mark}

Id	Estado	Entrada	top del Stack	Movida
1	q_0	a	Z_0	(q_0, aZ_0)
2	q_0	b	Z_0	(q_0, bZ_0)
3	q_0	a	a	(q_0, aa)
4	q_0	b	a	(q_0, ba)
5	q_0	a	b	(q_0, ab)
6	q_0	b	b	(q_0, bb)
7	q_0	c	Z_0	(q_1, Z_0)
8	q_0	c	a	(q_1, a)
9	q_0	c	b	(q_1, b)
10	q_1	a	a	(q_1, Λ)
11	q_1	b	b	(q_1, Λ)
12	q_1	Λ	Z_0	(q_2, Z_0)
otras combinaciones				nada

Dr. Luis Pineda, IIMAS, 2010

EA

Aceptando por stack vacío!

Id	Estado	Entrada	top del Stack	Movida
1	q_0	a	Z_0	(q_0, aZ_0)
2	q_0	b	Z_0	(q_0, bZ_0)
3	q_0	a	a	(q_0, aa)
4	q_0	b	a	(q_0, ba)
5	q_0	a	b	(q_0, ab)
6	q_0	b	b	(q_0, bb)
7	q_0	c	Z_0	(q_1, Z_0)
8	q_0	c	a	(q_1, a)
9	q_0	c	b	(q_1, b)
10	q_1	a	a	(q_1, Λ)
11	q_1	b	b	(q_1, Λ)
12	q_1	Λ	Z_0	(q_1, Λ)
otras combinaciones				nada

Dr. Luis Pineda, IIMAS, 2010

SV

¡Usando variables para contar símbolos!

Id	Estado	Entrada	top del Stack	Movida
1	q_0	a	Z_0	(q_0, AZ_0)
2	q_0	b	Z_0	(q_0, BZ_0)
3	q_0	a	A	(q_0, AA)
4	q_0	b	A	(q_0, BA)
5	q_0	a	B	(q_0, AB)
6	q_0	b	B	(q_0, BB)
7	q_0	c	Z_0	(q_1, Z_0)
8	q_0	c	A	(q_1, A)
9	q_0	c	B	(q_1, B)
10	q_1	a	A	(q_1, Λ)
11	q_1	b	B	(q_1, Λ)
12	q_1	Λ	Z_0	(q_1, Λ)
Otras combinaciones				nada

Dr. Luis Pineda, IIMAS, 2010

La función de las producciones

- Por cada símbolo de la primera mitad de la cadena debe existir un símbolo en la segunda parte de la cadena que lo cancele
- Ley de la preservación de los símbolos: Los símbolos nunca se crean ni se destruyen, sólo se cancelan!
- La hipótesis de la movida por regla: Por cada movida hay una producción

Dr. Luis Pineda, IIMAS, 2010

Simulación top-down

- Las movidas:

Id	Estado	Entrada	Símbolo en el stack	Movida
1	q_0	a	Z_0	(q_0, AZ_0)
3	q_0	a	A	(q_0, AA)

- Si vemos una a (o una b) en la primera parte de la cadena, contamos el símbolo poniendo una variable en el stack; el descuento de la a correspondiente se logra con un pop en la segunda parte de la cadena!
- Desde el punto de vista de la generación, toda regla que introduce una a la cancela con una A :

$$Z_0 \rightarrow aZ_0 \text{ \& } A \rightarrow aA$$

Dr. Luis Pineda, IIMAS, 2010

Simulación top-down

- Las movidas:

Id	Estado	Entrada	Símbolo en el stack	Movida
7	q_0	c	Z_0	(q_1, Z_0)
8	q_0	c	A	(q_1, A)

- Si se ve una c , se consume y se cambia de estado para analizar la segunda parte de de la cadena!
- Para generar la c requieren reglas que introduzcan la c pero que permitan seguir expandiendo la cadena:

$$Z_0 \rightarrow cZ_0 \text{ \& } A \rightarrow cA$$

Dr. Luis Pineda, IIMAS, 2010

Simulación top-down

- Las movidas:

Id	Estado	Entrada	Símbolo en Stack	Movida
10	q_1	a	A	(q_1, Λ)

- Si se ve una a (o una b) en la segunda parte de la cadena hay que popearla!
- Para generar una a necesitamos las siguientes reglas:
 $A \rightarrow a$ (i.e. $A \rightarrow a\Lambda$)

Dr. Luis Pineda, IIMAS, 2010

Simulación top-down

- Las movidas:

Id	Estado	Entrada	Símbolo en Stack	Movida
12	q_1	Λ	Z_0	(q_1, Λ)

- Si vemos Λ en la segunda parte, hay que aceptar (por stack vacío!)
- Para generar Λ necesitamos las siguientes reglas:
 $Z_0 \rightarrow \Lambda$ (i.e. $Z_0 \rightarrow \Lambda\Lambda$)

Dr. Luis Pineda, IIMAS, 2010

Encontrar la gramática de un AP

- Convertir el AP que acepta por estado final en el AP correspondiente que acepta por stack vacío
- Proveer un conjunto de símbolos para las variables de G (i.e. Γ):
 - Poner símbolos en stack en movidas de tipo 1 (i.e. pop el símbolo hasta arriba del stack & push lado derecho de la producción)
 - Consumir el símbolo de entrada & pop con movidas de tipo 2

Dr. Luis Pineda, IIMAS, 2010

Encontrar la gramática de un AP

- Encontrar la producción que corresponde a cada estado y movida del AP. La forma de estas producciones es: $A \rightarrow a\alpha$ donde:
 - A es el símbolo hasta arriba del stack
 - a es el símbolo en la cadena de entrada
 - α es la cadena que reemplaza al top del stack en la movida

Dr. Luis Pineda, IIMAS, 2010

La gramática: versión 1

Id	Edo.	entrada	Stack	Movida	Producciones
1	q_0	a	Z_0	(q_0, AZ_0)	$Z_0 \rightarrow aAZ_0$
2	q_0	b	Z_0	(q_0, BZ_0)	$Z_0 \rightarrow bBZ_0$
3	q_0	a	A	(q_0, AA)	$A \rightarrow aAA$
4	q_0	b	A	(q_0, BA)	$A \rightarrow bBA$
5	q_0	a	B	(q_0, AB)	$B \rightarrow aAB$
6	q_0	b	B	(q_0, BB)	$B \rightarrow bBB$
7	q_0	c	Z_0	(q_1, Z_0)	$Z_0 \rightarrow cZ_0$
8	q_0	c	A	(q_1, A)	$A \rightarrow cA$
9	q_0	c	B	(q_1, B)	$B \rightarrow cB$
10	q_1	a	A	(q_1, Λ)	$A \rightarrow a\Lambda$
11	q_1	b	B	(q_1, Λ)	$B \rightarrow b\Lambda$
12	q_1	Λ	Z_0	(q_1, Λ)	$Z_0 \rightarrow \Lambda$
Otras combinaciones			nada		

Dr. Luis Pineda, IIMAS, 2010

Una derivación más izquierda

- Derivar aca :

$Z_0 \Rightarrow aAZ_0$
 $\Rightarrow acAZ_0$
 $\Rightarrow acaZ_0$
 $\Rightarrow aca\Lambda = aca$

(por 1: $Z_0 \rightarrow aAZ_0$)

(por 8: $A \rightarrow cA$)

(por 10: $A \rightarrow a\Lambda$)

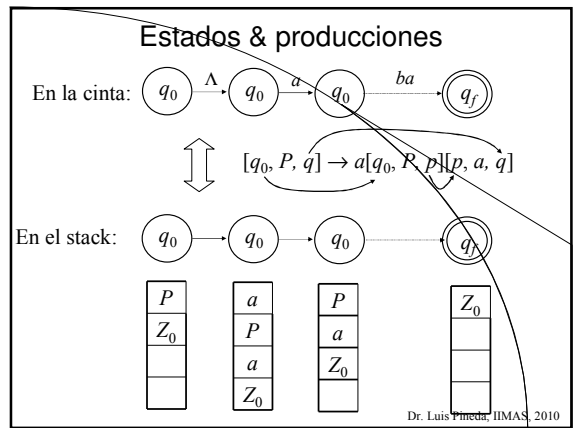
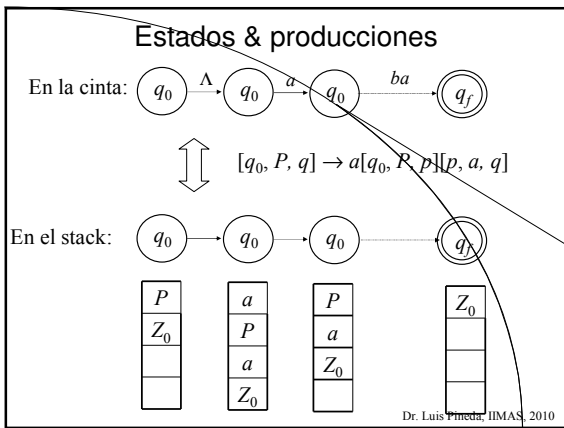
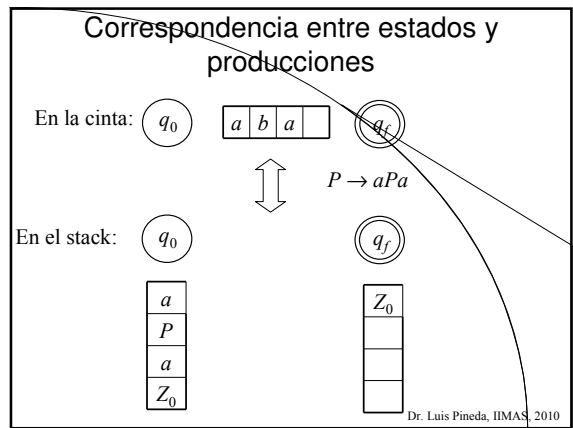
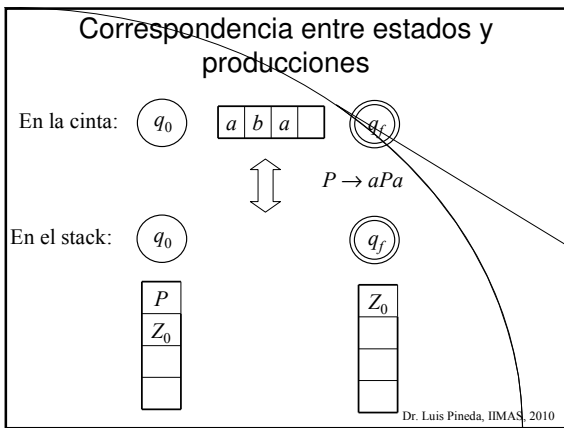
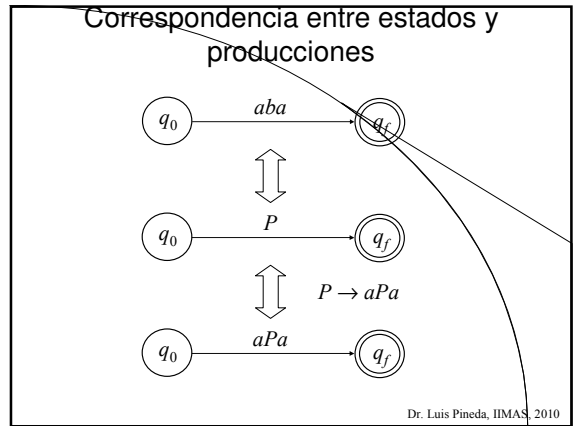
(por 12: $Z_0 \rightarrow \Lambda$)

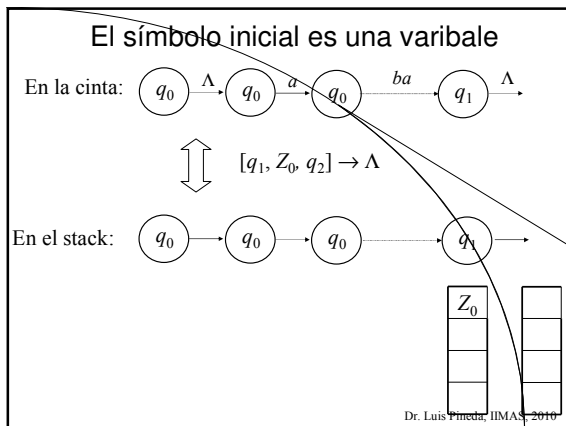
Dr. Luis Pineda, IIMAS, 2010

Una derivación más izquierda

- Pero esta gramática sobre genera:
 - $Z_0 \Rightarrow aAZ_0$ (por 1: $Z_0 \rightarrow aAZ_0$)
 - $\Rightarrow aaZ_0$ (por 10: $A \rightarrow a\Lambda$)
 - $\Rightarrow aa\Lambda$ (por 12: $Z_0 \rightarrow \Lambda$)
- pero aa no está en el lenguaje!
- Y esto a pesar que aa no es aceptada por el AP:
 - $(q_0, aa, Z_0) \Rightarrow (q_0, a, AZ_0)$
 - $\Rightarrow (q_0, \Lambda, AAZ_0)$
- A esta gramática algo le falta!

Dr. Luis Pineda, IIMAS, 2010





Previendo la sobregeneración

- Las reglas de producción están ligadas a los estados
 - Regla 1: Transiciones de q_0 hacia q_0
 - Rule 10: Transiciones de q_1 hacia q_1
 - Transiciones de q_0 a q_1 : movidas 7, 8 or 9
 - $Z_0 \Rightarrow aAZ_0$ (por 1)
 - ... (eventualmente 7, 8 or 9)
 - $\Rightarrow aaZ_0$ (por 10)
 - $\Rightarrow aa\Lambda$ (por 12)

Dr. Luis Pineda, HIMAS, 2010

Previendo la sobregeneración

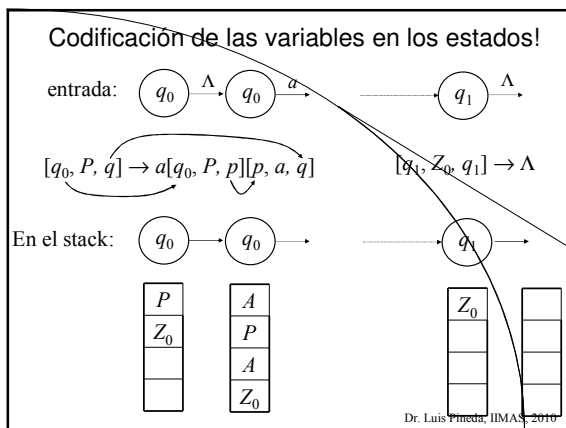
- Transiciones de q_0 a q_1 : movidas 7, 8 or 9
 - $Z_0 \Rightarrow aAZ_0$ (por 1)
 - ... (eventualmente 7, 8 or 9)
 - $\Rightarrow aaZ_0$ (por 10)
 - $\Rightarrow aa\Lambda$ (por 12)
- La producción 10 sólo se puede usar después de las producciones 7, 8 o 9
- Para prevenir las sobregeneralización se requiere codificar a los estados como parte de las gramáticas del AP

Dr. Luis Pineda, HIMAS, 2010

Las reglas que sobregeneran!

Id	estado	Input	Stack	Movida	Producciones
1	q_0	a	Z_0	(q_0, AZ_0)	$Z_0 \rightarrow aAZ_0$
2	q_0	b	Z_0	(q_0, BZ_0)	$Z_0 \rightarrow bBZ_0$
3	q_0	a	A	(q_0, AA)	$A \rightarrow aAA$
4	q_0	b	A	(q_0, BA)	$A \rightarrow bBA$
5	q_0	a	B	(q_0, AB)	$B \rightarrow aAB$
6	q_0	b	B	(q_0, BB)	$B \rightarrow bBB$
7	q_0	c	Z_0	(q_1, Z_0)	$Z_0 \rightarrow cZ_0$
8	q_0	c	A	(q_1, A)	$A \rightarrow cA$
9	q_0	c	B	(q_1, B)	$B \rightarrow cB$
10	q_1	a	A	(q_1, Λ)	$A \rightarrow a$
11	q_1	b	B	(q_1, Λ)	$B \rightarrow b$
12	q_1	Λ	Z_0	(q_1, Λ)	$Z_0 \rightarrow \Lambda$
otras combinaciones				nada	

Dr. Luis Pineda, HIMAS, 2010



La gramática

Id	estado	entrada	Stack	movida	producciones
0					$S \rightarrow [q_0, Z_0, q]$
1	q_0	a	Z_0	(q_0, AZ_0)	$[q_0, Z_0, q] \rightarrow a[q_0, A, p][p, Z_0, q]$
2	q_0	b	Z_0	(q_0, BZ_0)	$[q_0, Z_0, q] \rightarrow b[q_0, B, p][p, Z_0, q]$
3	q_0	a	A	(q_0, AA)	$[q_0, A, q] \rightarrow a[q_0, A, p][p, A, q]$
4	q_0	b	A	(q_0, BA)	$[q_0, A, q] \rightarrow b[q_0, B, p][p, A, q]$
5	q_0	a	B	(q_0, AB)	$[q_0, B, q] \rightarrow a[q_0, A, p][p, B, q]$
6	q_0	b	B	(q_0, BB)	$[q_0, B, q] \rightarrow b[q_0, B, p][p, B, q]$
7	q_0	c	Z_0	(q_1, Z_0)	$[q_0, Z_0, q] \rightarrow c[q_1, Z_0, q]$
8	q_0	c	A	(q_1, A)	$[q_0, A, q] \rightarrow c[q_1, A, q]$
9	q_0	c	B	(q_1, B)	$[q_0, B, q] \rightarrow c[q_1, B, q]$
10	q_1	a	A	(q_1, Λ)	$[q_1, A, q_1] \rightarrow a$
11	q_1	b	B	(q_1, Λ)	$[q_1, B, q_1] \rightarrow b$
12	q_1	Λ	Z_0	(q_1, Λ)	$[q_1, Z_0, q_1] \rightarrow \Lambda$
otras combinaciones				nada	

Dr. Luis Pineda, HIMAS, 2010

Aceptar y generar *bacab*

- Las movidas:
 - $(q_0, bacab, Z_0) \Rightarrow (q_0, acab, BZ_0)$
 - $\Rightarrow (q_0, cab, ABZ_0)$
 - $\Rightarrow (q_1, ab, ABZ_0)$
 - $\Rightarrow (q_1, b, BZ_0)$
 - $\Rightarrow (q_1, \Lambda, Z_0)$
 - $\Rightarrow (q_1, \Lambda, \Lambda)$

Dr. Luis Pineda, IIMAS, 2010

Aceptar y generar *bacab*

- La derivación:
 - $S \Rightarrow [q_0, Z_0, q]$ (0)

Dr. Luis Pineda, IIMAS, 2010

Aceptar y generar *bacab*

- La derivación:
 - $S \Rightarrow [q_0, Z_0, q]$ (0)
 - $\Rightarrow b[q_0, B, p][p, Z_0, q]$ (2)

Producción 2: $[q_0, Z_0, q] \rightarrow b[q_0, B, p][p, Z_0, q]$

Dr. Luis Pineda, IIMAS, 2010

Aceptar y generar *bacab*

- La derivación:
 - $S \Rightarrow [q_0, Z_0, q]$ (0)
 - $\Rightarrow b[q_0, B, p][p, Z_0, q]$ (2)
 - $\Rightarrow ba[q_0, A, r][r, B, p][p, Z_0, q]$ (5)

Producción 5: $[q_0, B, q] \rightarrow a[q_0, A, p][p, B, q]$

Dr. Luis Pineda, IIMAS, 2010

Aceptar y generar *bacab*

- La derivación:
 - $S \Rightarrow [q_0, Z_0, q]$ (0)
 - $\Rightarrow b[q_0, B, p][p, Z_0, q]$ (2)
 - $\Rightarrow ba[q_0, A, r][r, B, p][p, Z_0, q]$ (5)
 - $\Rightarrow bac[q_1, A, r][r, B, p][p, Z_0, q]$ (8)

Producción 8: $[q_0, A, q] \rightarrow c[q_1, A, q]$

Dr. Luis Pineda, IIMAS, 2010

Aceptar y generar *bacab*

- La derivación:
 - $S \Rightarrow [q_0, Z_0, q]$ (0)
 - $\Rightarrow b[q_0, B, p][p, Z_0, q]$ (2)
 - $\Rightarrow ba[q_0, A, r][r, B, p][p, Z_0, q]$ (5)
 - $\Rightarrow bac[q_1, A, r][r, B, p][p, Z_0, q]$ (8)
 - $\Rightarrow baca[r, B, p][p, Z_0, q]$ (10)

Producción 10: $[q_1, A, q_1] \rightarrow a$

Dr. Luis Pineda, IIMAS, 2010

Aceptar y generar *bacab*

• La derivación:

$$\begin{aligned}
 S &\Rightarrow [q_0, Z_0, q] && (0) \\
 &\Rightarrow b[q_0, B, p][p, Z_0, q] && (2) \\
 &\Rightarrow ba[q_0, A, q_1][q_1, B, p][p, Z_0, q] && (5) \\
 &\Rightarrow bac[q_1, A, q_1][q_1, B, p][p, Z_0, q] && (8) \\
 &\Rightarrow baca[q_1, B, p][p, Z_0, q] && (10)
 \end{aligned}$$

Producción 10: r se liga a q_1

Dr. Luis Pineda, IIMAS, 2010

Aceptar y generar *bacab*

• La derivación:

$$\begin{aligned}
 S &\Rightarrow [q_0, Z_0, q] && (0) \\
 &\Rightarrow b[q_0, B, p][p, Z_0, q] && (2) \\
 &\Rightarrow ba[q_0, A, q_1][q_1, B, p][p, Z_0, q] && (5) \\
 &\Rightarrow bac[q_1, A, q_1][q_1, B, p][p, Z_0, q] && (8) \\
 &\Rightarrow baca[q_1, B, p][p, Z_0, q] && (10) \\
 &\Rightarrow bacab[p, Z_0, q] && (11)
 \end{aligned}$$

Producción 11: $[q_1, B, q_1] \rightarrow b$

Dr. Luis Pineda, IIMAS, 2010

Aceptar y generar *bacab*

• La derivación:

$$\begin{aligned}
 S &\Rightarrow [q_0, Z_0, q] && (0) \\
 &\Rightarrow b[q_0, B, q_1][q_1, Z_0, q] && (2) \\
 &\Rightarrow ba[q_0, A, q_1][q_1, B, q_1][q_1, Z_0, q] && (5) \\
 &\Rightarrow bac[q_1, A, q_1][q_1, B, q_1][q_1, Z_0, q] && (8) \\
 &\Rightarrow baca[q_1, B, q_1][q_1, Z_0, q] && (10) \\
 &\Rightarrow bacab[q_1, Z_0, q] && (11)
 \end{aligned}$$

Producción 11: p se liga a q_1

Dr. Luis Pineda, IIMAS, 2010

Aceptar y generar *bacab*

• La derivación:

$$\begin{aligned}
 S &\Rightarrow [q_0, Z_0, q] && (0) \\
 &\Rightarrow b[q_0, B, q_1][q_1, Z_0, q] && (2) \\
 &\Rightarrow ba[q_0, A, q_1][q_1, B, q_1][q_1, Z_0, q] && (5) \\
 &\Rightarrow bac[q_1, A, q_1][q_1, B, q_1][q_1, Z_0, q] && (8) \\
 &\Rightarrow baca[q_1, B, q_1][q_1, Z_0, q] && (10) \\
 &\Rightarrow bacab[q_1, Z_0, q] && (11) \\
 &\Rightarrow bacab\Lambda && (12)
 \end{aligned}$$

Producción 12: $[q_1, Z_0, q_1] \rightarrow \Lambda$

Dr. Luis Pineda, IIMAS, 2010

Aceptar y generar *bacab*

• La derivación:

$$\begin{aligned}
 S &\Rightarrow [q_0, Z_0, q_1] && (0) \\
 &\Rightarrow b[q_0, B, q_1][q_1, Z_0, q_1] && (2) \\
 &\Rightarrow ba[q_0, A, q_1][q_1, B, q_1][q_1, Z_0, q_1] && (5) \\
 &\Rightarrow bac[q_1, A, q_1][q_1, B, q_1][q_1, Z_0, q_1] && (8) \\
 &\Rightarrow baca[q_1, B, q_1][q_1, Z_0, q_1] && (10) \\
 &\Rightarrow bacab[q_1, Z_0, q_1] && (11) \\
 &\Rightarrow bacab && (12)
 \end{aligned}$$

Producción 12: q se liga a q_1

Dr. Luis Pineda, IIMAS, 2010

Aceptar y generar *bacab*

• La derivación:

$$\begin{aligned}
 S &\Rightarrow [q_0, Z_0, q_1] && (0) \\
 &\Rightarrow b[q_0, B, q_1][q_1, Z_0, q_1] && (2) \\
 &\Rightarrow ba[q_0, A, q_1][q_1, B, q_1][q_1, Z_0, q_1] && (5) \\
 &\Rightarrow bac[q_1, A, q_1][q_1, B, q_1][q_1, Z_0, q_1] && (8) \\
 &\Rightarrow baca[q_1, B, q_1][q_1, Z_0, q_1] && (10) \\
 &\Rightarrow bacab[q_1, Z_0, q_1] && (11) \\
 &\Rightarrow bacab && (12)
 \end{aligned}$$

Dr. Luis Pineda, IIMAS, 2010

AP & GLC

- ✓ Existe un AP M tal que $L(M) = L(G)$ para toda $GLC G$
- ✓ Existe una CFG G tal que $L(G) = L(M)$ para todo AP M
- El conjunto de todos los LLC generados por las GLC (ambiguas o no ambiguas) es el conjunto de todos los LLC aceptados por los AP.

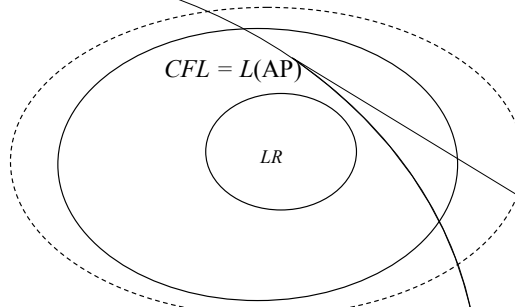
Dr. Luis Pineda, IIMAS, 2010

AP & GLC

- ✓ Existe un AP M tal que $L(M) = L(G)$ para toda $GLC G$
- ✓ Existe una CFG G tal que $L(G) = L(M)$ para todo AP M
- ✓ El conjunto de todos los LLC generados por las GLC (ambiguas o no ambiguas) es el conjunto de todos los LLC aceptados por los AP.

Dr. Luis Pineda, IIMAS, 2010

GLC \equiv AP (Chomsky, 1961)



- La clase de los lenguajes generados por las GLC es exactamente la clase de los lenguajes aceptados por un AP

Dr. Luis Pineda, IIMAS, 2010