

Sesión 8

Automatas Finitos no-determinísticos

Dr. Luis Pineda, IIMAS, UNAM, 2010

FA No-determinísticos

- Motivación
- Concepto de no-determinismo
- Definición de NFA
- Función de transición aumentada para NFA
- El lenguaje aceptado por un NFA

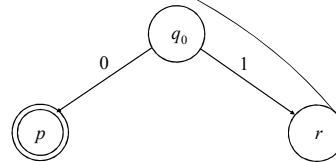
Dr. Luis Pineda, IIMAS, UNAM, 2010

Motivación

- Diseñar un DFA que acepte: $\{11,110\}^*\{0\}$

Dr. Luis Pineda, IIMAS, UNAM, 2010

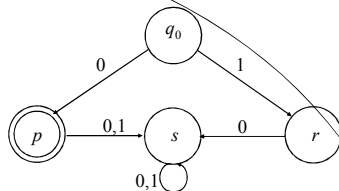
- Diseño incremental símbolo por símbolo: $\{11,110\}^*\{0\}$



- La cadena Λ no está en L , & q_0 no es un estado aceptor
- Pero 0 está en L : lleva a un estado aceptor
- 1 es el símbolo inicial de las subcadenas 11 & 110: las palabras en el prefijo del lenguaje (antes del último 0).

Dr. Luis Pineda, IIMAS, UNAM, 2010

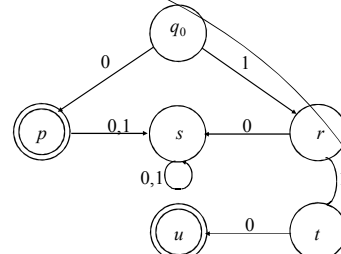
- Diseño incremental símbolo por símbolo: $\{11,110\}^*\{0\}$



- L no contiene:
 - Cadenas que empiecen con 0 (excepto 0)
 - Cadenas que empiecen con 10
- Tenemos un estado “coladera” o “muerto”!

Dr. Luis Pineda, IIMAS, UNAM, 2010

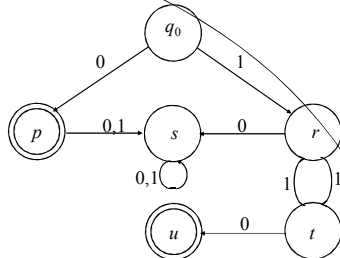
- Diseño incremental símbolo por símbolo: $\{11,110\}^*\{0\}$



- Al estado r se llega con 1 (y se necesita 10)
- Al estado t se llega con 11 (y se necesita un 0)
- Al estado u se llega con 110: pertenece al lenguaje!

Dr. Luis Pineda, IIMAS, UNAM, 2010

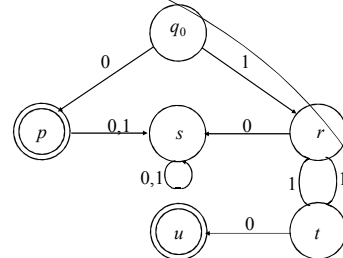
- Diseño incremental símbolo por símbolo: $\{11,110\}^*\{0\}$



- También hay que considerar las repeticiones de 11
- Al estado r se llega con una secuencia non de 1's
- Al estado t con una secuencia par de 1's

Dr. Luis Pineda, IIMAS, UNAM, 2010

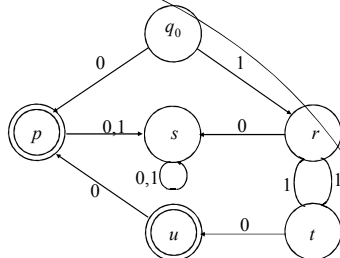
- Diseño incremental símbolo por símbolo: $\{11,110\}^*\{0\}$



- Al estado u se llega con una secuencia par de 1's, seguida de un 0: pertenece al lenguaje

Dr. Luis Pineda, IIMAS, UNAM, 2010

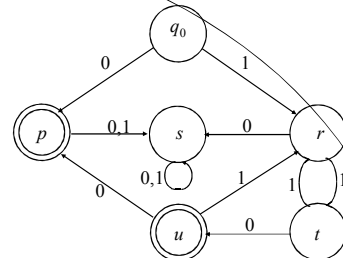
- Diseño incremental símbolo por símbolo: $\{11,110\}^*\{0\}$



- Al estado u se llega con 110
- Con un 0 adicional se llega a p : la cadena pertenece a L

Dr. Luis Pineda, IIMAS, UNAM, 2010

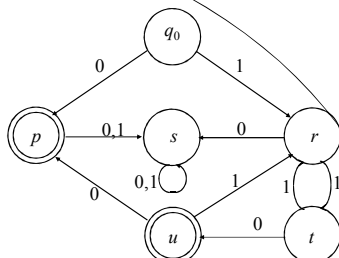
- Diseño incremental símbolo por símbolo: $\{11,110\}^*\{0\}$



- La cadena 110 antes del último 0 puede aparecer n veces!

Dr. Luis Pineda, IIMAS, UNAM, 2010

- DFA que acepta: $\{11,110\}^*\{0\}$

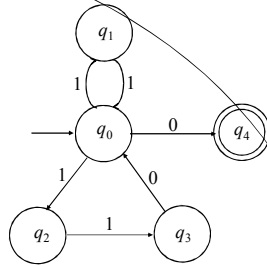


Dr. Luis Pineda, IIMAS, UNAM, 2010

- Para una *ER* más complicada:
 - Encontrar el FA equivalente puede ser muy laborioso!
 - Verificar que sea el correcto: Muy complicado!

Dr. Luis Pineda, IIMAS, UNAM, 2010

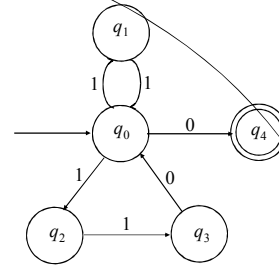
- Pero que tal el siguiente FA: $\{11,110\}^* \{0\}$



- Podemos leer la expresión del diagrama directamente!

Dr. Luis Pineda, IIMAS, UNAM, 2010

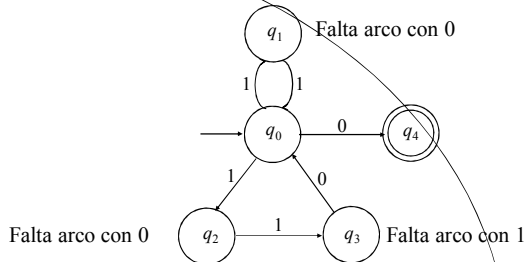
- Pero que tal el siguiente FA: $\{11, 110\}^* \{0\}$



- Podemos leer la expresión del diagrama directamente!

Dr. Luis Pineda, IIMAS, UNAM, 2010

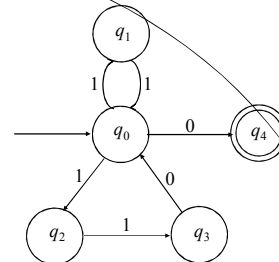
- Pero que tal el siguiente FA: $\{11,110\}^* \{0\}$



- Pero, tenemos estados a los que faltan transiciones para algunos símbolos de Σ
- No problema: asumimos estado coladera (no aceptor)

Dr. Luis Pineda, IIMAS, UNAM, 2010

- Pero que tal el siguiente FA: $\{11,110\}^* \{0\}$



- Hay un estado al que le siguen dos estados diferentes con el mismo símbolo!
- Este FA (este mismo) NO es determinístico: NFA

Dr. Luis Pineda, IIMAS, UNAM, 2010

Concepto de No-determinismo

- Un FA es no-determinístico si tiene uno o más estados para los que hay más de un siguiente estado para el mismo símbolo (en la cinta)

Dr. Luis Pineda, IIMAS, UNAM, 2010

Concepto de No-determinismo

- Hay varias maneras de concebirlo:
 - Como n DFAs que corren en paralelo: un FA para cada trayectoria posible
 - Como un FA que “adivina” el siguiente estado cuando hay la opción

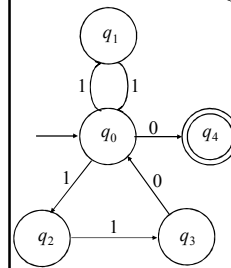
Dr. Luis Pineda, IIMAS, UNAM, 2010

Concepto de No-determinismo

- Hay varias maneras de concebirlo:
 - Como una especificación abstracta de la computación:
 - Independientemente de la máquina (el algoritmo) que lleva a cabo el proceso
 - Como la disyunción (unión) de FA!

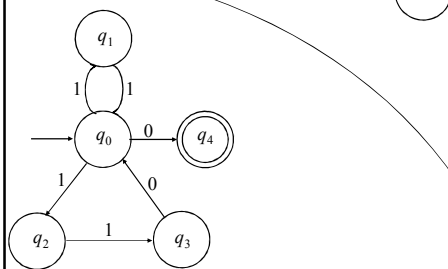
Dr. Luis Pineda, IIMAS, UNAM, 2010

• Análisis de 11110:



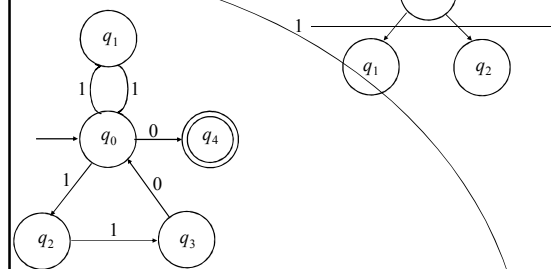
Dr. Luis Pineda, IIMAS, UNAM, 2010

• Análisis de A11110:



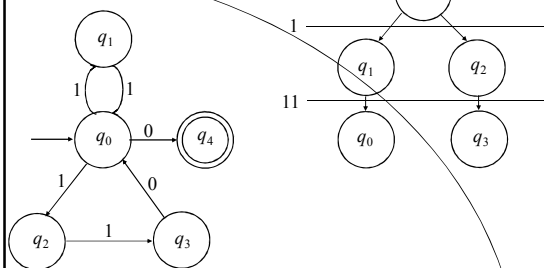
Dr. Luis Pineda, IIMAS, UNAM, 2010

• Análisis de 11110:



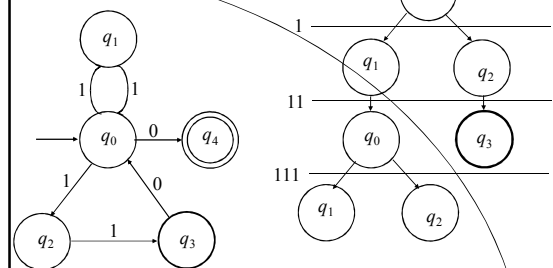
Dr. Luis Pineda, IIMAS, UNAM, 2010

• Análisis de 11110:

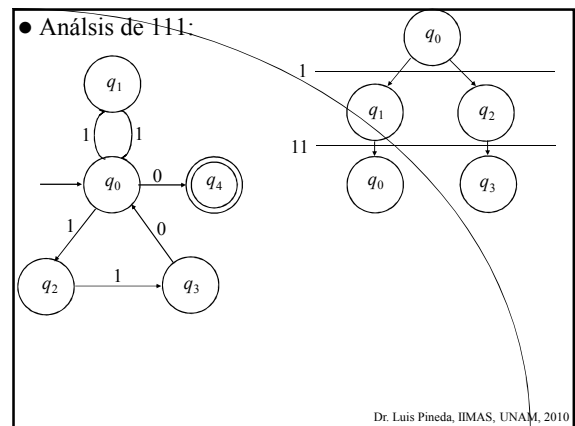
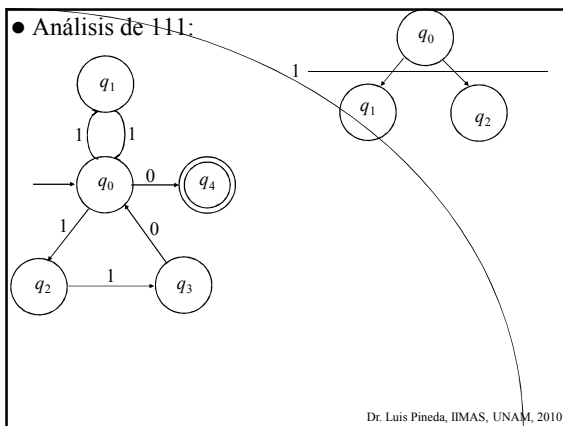
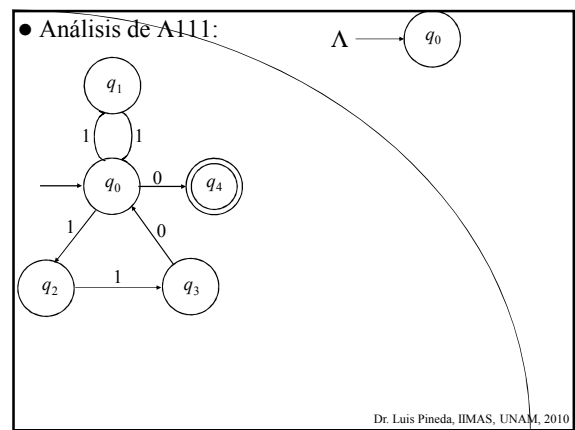
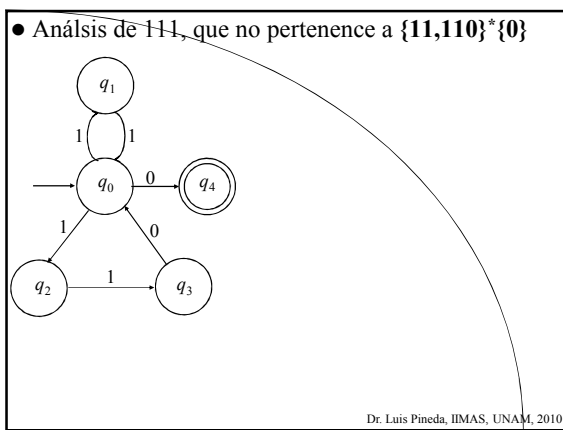
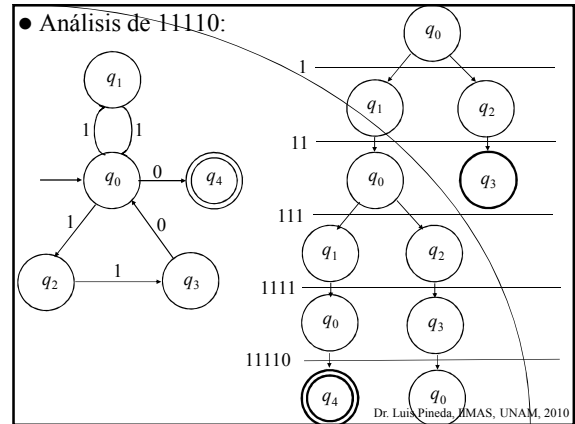
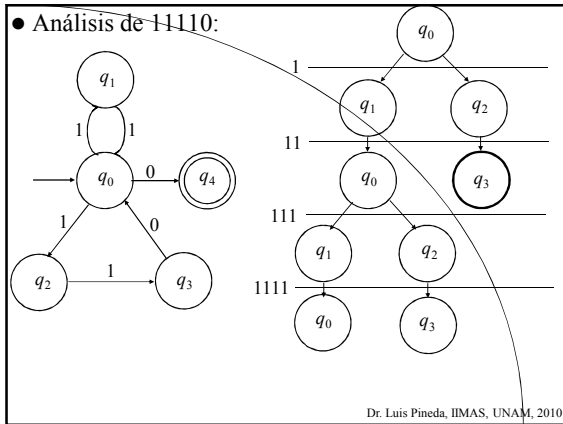


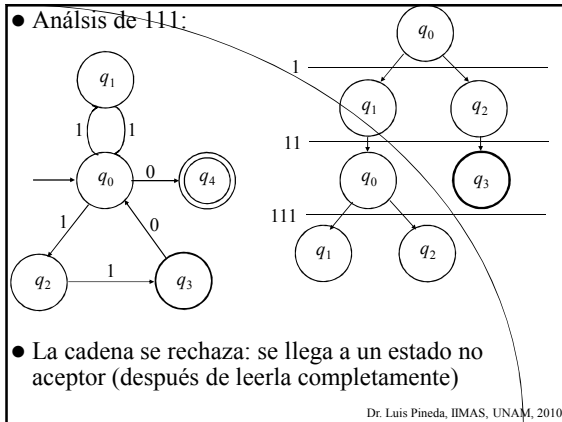
Dr. Luis Pineda, IIMAS, UNAM, 2010

• Análisis de 11110:



Dr. Luis Pineda, IIMAS, UNAM, 2010





No-determinismo y abstracción

- Los procesos en estructuras de árboles son no-determinísticos
- Estrategias de búsqueda *serializan* el recorrido de un árbol

Dr. Luis Pineda, IIMAS, UNAM, 2010

No-determinismo y abstracción

- Una especificación declarativa permite ver si una condición se satisface, independientemente de la computación concreta!
- El no-determinismo nos permite expresar abstracción disyuntiva
- Dota a los FA de la expresividad que la operación de unión da a las *RE*!

Dr. Luis Pineda, IIMAS, UNAM, 2010

Definición de NFA

- Un Automata Finito No-Determinístico (NFA) es una quinteta $M = (Q, \Sigma, q_0, A, \delta)$, donde
 - Q es un conjunto finito (de estados)
 - Σ es una alfabeto (finito)
 - $q_0 \in Q$ (el estado inicial)
 - $A \subseteq Q$ (el conjunto de estados aceptores)
 - La función de transición:

$$\delta: Q \times \Sigma \rightarrow 2^Q$$
- La única diferencia entre un DAF y un NFA es el tipo de δ

Dr. Luis Pineda, IIMAS, UNAM, 2010

Función de transición

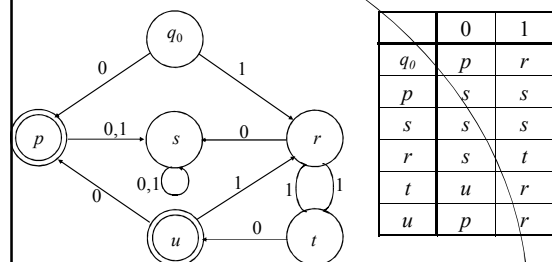
- Función de transición para DFA:

$$\delta: Q \times \Sigma \rightarrow Q$$
- Función de transición para NFA:

$$\delta: Q \times \Sigma \rightarrow 2^Q$$
- El tipo del rango de δ es un conjunto de estados!

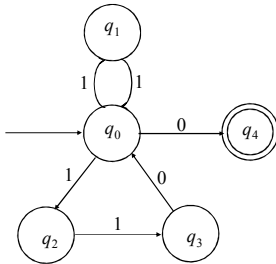
Dr. Luis Pineda, IIMAS, UNAM, 2010

Tabla de transición para DFA



Dr. Luis Pineda, IIMAS, UNAM, 2010

Tabla de transición para NFA



	0	1
$\rightarrow q_0$	$\{q_4\}$	$\{q_1, q_2\}$
q_1	$\emptyset$	$\{q_0\}$
q_2	$\emptyset$	$\{q_3\}$
q_3	$\{q_0\}$	$\emptyset$
q_4	$\emptyset$	$\emptyset$

Dr. Luis Pineda, IIMAS, UNAM, 2010

Función de transición aumentada para NFA

- Sea $M = (Q, \Sigma, q_0, A, \delta)$ un NFA.

- La función

$$\delta^*: Q \times \Sigma^* \rightarrow 2^Q$$

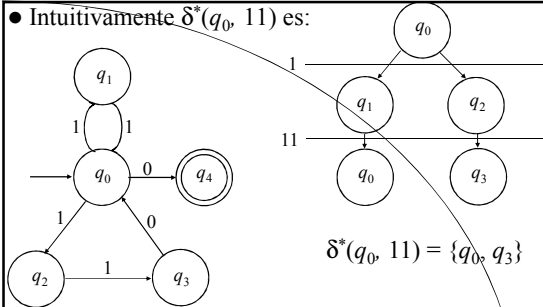
se define como sigue:

- Para todo $q \in Q$, $\delta^*(q, \Lambda) = \{q\}$
- Para todo $q \in Q$, $y \in \Sigma^*$ & $a \in \Sigma$:

$$\delta^*(q, ya) = \bigcup_{r \in \delta^*(q, y)} \delta(r, a)$$

Dr. Luis Pineda, IIMAS, UNAM, 2010

- Intuitivamente $\delta^*(q_0, 11)$ es:



Dr. Luis Pineda, IIMAS, UNAM, 2010

- Formalmente, $\delta^*(q_0, 11)$ es:

$\delta^*(q_0, 11)$ tiene la forma $\delta^*(q_0, ya)$

Def. of δ^* $\left\{ \begin{array}{l} \delta^*(q, \Lambda) = \{q\} \\ \delta^*(q, ya) = \bigcup_{r \in \delta^*(q, y)} \delta(r, a) \end{array} \right.$

$$\begin{aligned} r \in \delta^*(q_0, \Lambda) &= \{q_0\} \\ \delta^*(q_0, \Lambda 1) &= \delta(q_0, 1) = \{q_1, q_2\} \\ r \in \delta^*(q_0, \Lambda 1) &= \{q_1, q_2\} \\ \delta^*(q_0, \Lambda 11) &= \delta(q_1, 1) \cup \delta(q_2, 1) \\ &= \{q_0, q_3\} \end{aligned}$$

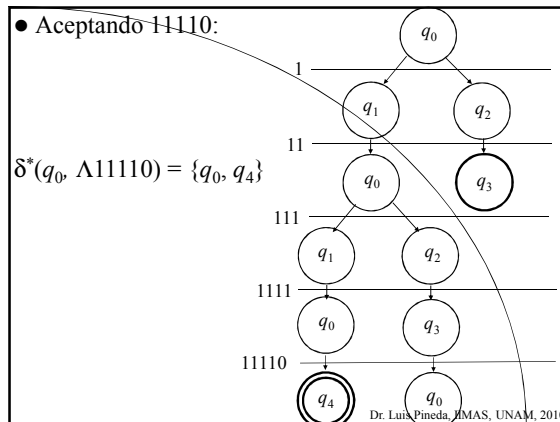
Dr. Luis Pineda, IIMAS, UNAM, 2010

El lenguaje aceptado por un NFA

- Sea $M = (Q, \Sigma, q_0, A, \delta)$ un NFA.
 - La cadena $x \in \Sigma^*$ se acepta por M si $\delta^*(q_0, x) \cap A \neq \emptyset$
 - El lenguaje reconocido por M es el conjunto $L(M)$ de todas las cadenas aceptadas por M
 - Para todo lenguaje $L \subseteq \Sigma^*$, M reconoce a L si $L = L(M)$

Dr. Luis Pineda, IIMAS, UNAM, 2010

- Aceptando 11110:



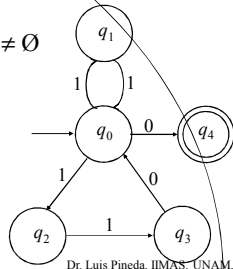
Dr. Luis Pineda, IIMAS, UNAM, 2010

- Aceptando 11110:

$$\delta^*(q_0, \Lambda 11110) = \{q_0, q_4\}$$

$$A = \{q_4\}$$

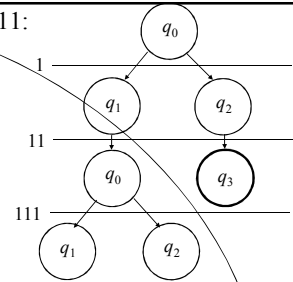
$$\delta^*(q_0, \Lambda 11110) \cap A = \{q_4\} \neq \emptyset$$



Dr. Luis Pineda, IIMAS, UNAM, 2010

- Pero, si la cadena es 111:

$$\delta^*(q_0, \Lambda 111) = \{q_1, q_2\}$$



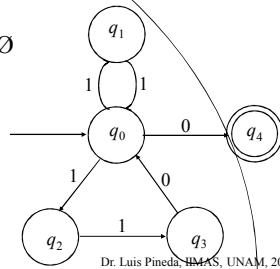
Dr. Luis Pineda, IIMAS, UNAM, 2010

- Rechazando 111:

$$\delta^*(q_0, \Lambda 111) = \{q_1, q_2\}$$

$$A = \{q_4\}$$

$$\delta^*(q_0, \Lambda 111) \cap A = \emptyset$$



Dr. Luis Pineda, IIMAS, UNAM, 2010