

Tema 2

Lenguajes y Operaciones con lenguajes

Dr. Luis A. Pineda
ISBN: 970-32-2972-7

Definición de lenguaje

- Un lenguaje sobre Σ es un subconjunto de Σ^*
- L es un lenguaje sobre Σ si $L \subseteq \Sigma^*$
- ¿Cuántos lenguajes hay para un Σ dado?

Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

¿Cuántos lenguajes hay por alfabeto?

- Sea $m_0 \dots m_n$ la lista de cadenas finitas formadas con símbolos de Σ
- Sea $S_0 \dots S_n$ la lista de todos los subconjuntos (lenguajes) en Σ^*

	m_0	m_1	m_2	...	m_n
S_0	0	0	0	...	0
S_1	0	0	1	...	0
S_2	1	0	1	...	0
...
S_n	1	1	1	...	1

Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

El conjunto diagonal: $D(i) = S_i(i)$

	m_0	m_1	m_2	...	m_n
S_0	0	0	0	...	0
S_1	0	0	1	...	0
S_2	1	0	1	...	0
...
S_n	1	1	1	...	1

$$D = \{m_2, \dots, m_n\}$$

Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

El conjunto *anti*-diagonal

	m_0	m_1	m_2	...	m_n
S_0	1	0	0	...	0
S_1	0	1	1	...	0
S_2	1	0	0	...	0
...
S_n	1	1	1	...	0

$$\bar{D} = \{m_0, m_1, \dots\}$$

Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

¿Es el conjunto *anti*-diagonal un lenguaje?

- \bar{D} no está en la lista $S_0 \dots S_n$
 - Difiere de S_0 en el primer elemento
 - Difiere de S_1 en el segundo elemento
 - ...
 - Difiere de S_n en el elemento $n + 1$
- El conjunto potencia de Σ^* no es contable!
- 2^{Σ^*} no es contable!
- Hay más lenguajes de los que nos podemos contar! (¿imaginar?)

Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

Operaciones de conjuntos sobre lenguajes

- Si $L_1, L_2 \subseteq \Sigma^*$
 - Unión: $L_1 \cup L_2$ es un lenguaje
 - Intersección: $L_1 \cap L_2$ es un lenguaje
 - Diferencia: $L_1 - L_2$ es un lenguaje
- Si $L_1 \subseteq \Sigma_1^*$ y $L_2 \subseteq \Sigma_2^*$ entonces L_1 y L_2 son subconjuntos de $(\Sigma_1 \cup \Sigma_2)^*$:
 - $\bar{L}_1 = \Sigma_1^* - L_1$
 - $\bar{L}_1 = (\Sigma_1 \cup \Sigma_2)^* - L_1$

Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

Concatenación de lenguajes

- Si $L_1, L_2 \subseteq \Sigma^*$ la concatenación de L_1 y L_2 , L_1L_2 es

$$L_1L_2 = \{xy \mid x \in L_1 \ \& \ y \in L_2\}$$
- Ejemplo:
 - $L_1 = \{\text{homo, dis}\}$
 - $L_2 = \{\text{forme, funcional}\}$
 - $L_1L_2 = \{\text{homoforme, homofuncional, disforme, disfuncional}\}$
- Concatenación con $\{\Lambda\}$:
 - $\{\Lambda\}L = L\{\Lambda\} = L$
 - $\{\Lambda\}$ es la identidad de concatenación de lenguajes

Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

Concatenación de Lenguajes

funcional	homofuncional	disfuncional
forme	homoforme	disforme
L_2 / L_1	homo	dis

$$L_1L_2 = \{xy \mid x \in L_1 \ \& \ y \in L_2\}$$

Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

“Potencias” de un lenguaje

- La concatenación de un lenguaje consigo mismo:
 - $L^0 = \{\Lambda\}$
 - $L^1 = L$
 - $L^2 = L^1L^1$
 - $L^3 = L^2L^1$
 - ...
 - $L^n = L^{n-1}L^1$
- En particular:
 - $L^1 = L^0L^1$

Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

Identidad de concatenación para lenguajes

Λ	homo Λ	dis Λ
L_2 / L_1	homo	dis

 \Rightarrow

Λ	homo	dis
L_2 / L_1	homo	dis

Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

Cerraduras de los lenguajes

- Cerradura de Kleen (Kleen-star) L^* :

$$L^* = \bigcup_{i=0}^{\infty} L^i$$

- Cerradura de Kleen (Kleen-plus) L^+ :

$$L^+ = \bigcup_{i=1}^{\infty} L^i$$

Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

Cerraduras de los lenguajes

- Operación Kleen-star L^* :
 - $L = \{0, 1\}$ ($\Sigma = \{0, 1\}$ but $\Sigma \neq L$)
 - $L^* = L^0 \cup L^1 \cup L^2 \cup \dots$
 - $L^* = \{0, 1\}^* = \{\Lambda, 0, 1, 00, 01, 10, 11, \dots\}$
- Operación Kleen-plus L^+ :
 - $L = \{0, 1\}$
 - $L^+ = L^1 \cup L^2 \cup \dots$
 - $L^+ = \{0, 1\}^+ = \{0, 1, 00, 01, 10, 11, \dots\}$

Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

Cerraduras de los lenguajes

- El lenguaje vacío: Φ
- El lenguaje con la cadena vacía: $\{\Lambda\}$
- Lenguajes finitos sin Λ
- Lenguajes finitos con Λ
- Lenguajes infinitos (denumerables) sin Λ
- Lenguajes infinitos (denumerable) con Λ

Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

Notación para las potencias

- Si $a \in \Sigma, x \in \Sigma^* & L \subseteq \Sigma^*$
 - $a^k = aa\dots a$ k veces
 - $x^k = xx\dots x$ k veces
 - $\Sigma^k = \Sigma\Sigma\dots\Sigma$ k veces
 - $L^k = LL\dots L$ k veces
 - Para el caso de $k = 0$
 - $a^0 = \Lambda$
 - $x^0 = \Lambda$
 - $\Sigma^0 = \{\Lambda\}$
 - $L^0 = \{\Lambda\}$
- $\left. \begin{array}{l} - a^0 = \Lambda \\ - x^0 = \Lambda \end{array} \right\}$ Ident. de concatenación de cadenas
 $\left. \begin{array}{l} - \Sigma^0 = \{\Lambda\} \\ - L^0 = \{\Lambda\} \end{array} \right\}$ Ident. de concatenación de lenguajes

Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

Cerraduras de Φ

- Expansión de las potencias:
 - $\Phi^0 = \{\Lambda\}$
 - $\Phi^1 = \Phi$ (no tiene elementos)
 - $\Phi^2 = \Phi \Phi = \Phi$
 - $\Phi^3 = \Phi \Phi^2 = \Phi \Phi = \Phi$
 - ...
- Cerraduras:
 - $\Phi^* = \Phi^0 = \{\Lambda\}$
 - $\Phi^+ = \Phi^1 = \Phi$ (no tiene elementos)

Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

Cerraduras de $\{\Lambda\}$

- Expansión de las potencias:
 - $L^0 = \{\Lambda\}^0 = \{\Lambda\}$
 - $L^1 = L = \{\Lambda\}$
 - $L^2 = L^1 L^1 = \{\Lambda\} \{\Lambda\} = \{\Lambda\Lambda\} = \{\Lambda\}$
 - $L^3 = L^1 L^2 = \{\Lambda\} \{\Lambda\} = \{\Lambda\Lambda\} = \{\Lambda\}$
 - ...
- Cerraduras:
 - $\{\Lambda\}^* = \{\Lambda\}$
 - $\{\Lambda\}^+ = \{\Lambda\}$
 - Si $L = \{\Lambda\}$ entonces $L = L^* = L^+$

Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

Cerraduras de lenguajes finitos sin Λ

- Sea $L = \{0, 1\}$ ($\Sigma = \{0, 1\}$ pero $\Sigma \neq L$)
 - $L^0 = \{\Lambda\}$
 - $L^1 = L = \{0, 1\}$
 - $L^2 = L^1 L^1 = \{0, 1\} \{0, 1\} = \{00, 01, 10, 11\}$
 - $L^3 = L^1 L^2 = \{0, 1\} \{00, 01, 10, 11\} = \{000, 001, 010, 011, 100, 101, 110, 111\}$
- Cerraduras:
 - $L^* = \{\Lambda, 0, 1, 00, 01, 10, 11, 000, 001, 010, 011, \dots\}$
 - $L^+ = \{0, 1, 00, 01, 10, 11, 000, 001, 010, 011, \dots\}$

Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

Cerraduras de lenguajes finitos sin Λ

- Sea $L = \{0, 11\}$ (i.e. dos palabras) ($\Sigma = \{0, 1\}$)
 - $L^0 = \{\Lambda\}$
 - $L^1 = L = \{0, 11\}$
 - $L^2 = L^1L^1 = \{0, 11\}\{0, 11\} = \{00, 011, 110, 1111\}$
 - $L^3 = L^1L^2 = \{0, 11\}\{00, 011, 110, 1111\}$
 $= \{000, 0011, 0110, 01111, 1100, 11011, 11110, 111111\}$
- L^n es el conjunto de cadenas que resulta de la concatenación de n cadenas o palabras de L (NO de los símbolos de Σ)
- Cerraduras:
 - $L^* = \{\Lambda, 0, 11, 00, 011, 110, 1111, 000, 0011, 0110, 01111, \dots\}$
 - $L^+ = \{0, 11, 00, 011, 110, 1111, 000, 0011, 0110, 01111, \dots\}$

Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

Computación gráfica de L^{n+1}

$$L^2$$

1111	01111	111111
110	0110	11110
011	0011	11011
00	000	1100
	0	11

$$L$$

$$L^3 = L L^2$$

Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

¡La concatenación de un lenguaje con sus potencias es conmutativa!

$$L$$

11	0011	01111	11011	111111
0	000	0110	1100	11110
	00	011	110	1111

$$L^2$$

$$L^2 L = L L^2$$

Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

Todo lenguaje conmuta con su cerradura

- $L^+ = L L^* = L^* L$
 - $L^* = L^0 + L^1 + L^2 + \dots$
 - $L^+ = L^1 + L^2 + \dots$
- $L L^* = L(L^0 + L^1 + L^2 + \dots)$
 $= L(\{\Lambda\} + L^1 + L^2 + \dots)$
 $= L\{\Lambda\} + L L^1 + L L^2 + \dots$
 $= L + L^2 + L^3 + \dots$
 $= L^+$
- $L^* L = (L^0 + L^1 + L^2 + \dots) L$
 $= (\{\Lambda\} + L^1 + L^2 + \dots) L$
 $= \{\Lambda\}L + L^1 L + L^2 L + \dots$
 $= L + L^2 + L^3 + \dots$
 $= L^+$
- $L\{\Lambda\} + L L^1 + L L^2 + \dots = \{\Lambda\}L + L^1 L + L^2 L + \dots$

Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

Cerraduras de lenguajes finitos con Λ

- Sea $L = \{\Lambda, 0, 11\}$ ($\Sigma = \{0, 1\}$)
 - $L^0 = \{\Lambda\}$
 - $L^1 = L = \{\Lambda, 0, 11\}$ (i.e. L^1 contiene a L^0)
 - $L^2 = L^1L^1 = \{\Lambda, 0, 11\}\{\Lambda, 0, 11\}$
 $= \{\Lambda\Lambda, \Lambda 0, \Lambda 11, 0\Lambda, 00, 011, 11\Lambda, 110, 1111\}$
 $= \{\Lambda, 0, 11, 0, 00, 011, 11, 110, 1111\}$
 $= \{\Lambda, 0, 11, 00, 011, 110, 1111\}$ (i.e. L^2 contiene a L)
 - $L^2 = L \cup \{0, 11\}\{0, 11\} = L \cup (L^1 - L^0)(L^1 - L^0)$
 - $L^3 = L^1L^2 = L^2 \cup (L^1 - L^0)(L^2 - L^1)$
- Cerraduras:
 - $L^* = \{\Lambda, 0, 11, 00, 011, 110, 1111, \dots\}$
 - $L^+ = \{\Lambda, 0, 11, 00, 011, 110, 1111, \dots\}$
 - $L^* = L^+$

Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

Cálculo de L^3

$$L^2$$

1111	Λ 1111	01111	111111
110	Λ 110	0110	11110
011	Λ 011	0011	11011
00	Λ 00	000	1100
11	Λ 11	011	1111
0	Λ 0	00	110
Λ	$\Lambda\Lambda$	0 Λ	11 Λ
	Λ	0	11

$$L$$

Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

Cálculo de L^3 : aplicando la id.

¡ Λ es un reproductor de lenguajes!

L^2	L^2			
1111	1111	01111	111111	
110	110	0110	11110	
011	011	0011	11011	
00	00	000	1100	
11	11	011	1111	
0	0	00	110	
Λ	Λ	0	11	L^1
	Λ	0	11	L

Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

The contribution of L^3 : $(L^1 - L^0)(L^2 - L^0)$

L^2	L^2			
1111	1111	01111	111111	
110	110	0110	11110	
011	011	0011	11011	
00	00	000	1100	
11	11	011	1111	
0	0	00	110	
Λ	Λ	0	11	L^1
	Λ	0	11	L

$$L^3 = L^0 \cup L^1 \cup L^2 \cup (L^1 - L^0)(L^2 - L^0)$$

Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

La contribución de L^3

L^2	L^2			
1111	1111	01111	111111	
110	110	0110	11110	
011	011	0011	11011	
00	00	000	1100	
11	11	011	1111	$L^2 - L^1$
0	0	00	110	
Λ	Λ	0	11	L^1
	Λ	0	11	L

$$L^3 = L^0 \cup L^1 \cup L^2 \cup (L^1 - L^0)(L^2 - L^1)$$

Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

Si $\Lambda \in L$

$$L^n = \bigcup_{i=0}^{n-1} L^i \cup (L^1 - L^0)(L^{n-1} - L^{n-2})$$

¿Es verdad?

Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

Cerraduras de lenguajes infinitos sin Λ

- Sea $L = \{0, 00, 000, \dots\}$ ($\Sigma = \{0\}$)
 - $L^0 = \{\Lambda\}$
 - $L^1 = L = \{0, 00, 000, \dots\}$
 - $L^2 = L^1 L^1 = \{0, 00, 000, \dots\} \{0, 00, 000, \dots\}$
 $= \{00, 000, 0000, \dots, 000, 0000, 00000, \dots\}$
 $= \{00, 000, 0000, 00000, \dots\} = L^1 - \{0\}$
- Cerraduras:
 - $L^* = \{\Lambda, 0, 00, 000, \dots\}$
 - $L^+ = \{0, 00, 000, \dots\}$
 - $L^+ = L$

Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

Enumeración de la concatenación de lenguajes infinitos

L				
...				
000	0000	00000	000000	
00	000	0000	00000	
0	00	000	0000	
	0	00	000	...

Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

$$L^2 = \{00,000,000,0000,0000,0000,\dots\}$$

L

...	7				
000	4	0000	00000	000000	
00	2	000	0000	00000	
0	1	00	000	0000	
		3	6	10	
		0	00	000	...

L

Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

Cerraduras de lenguajes infinitos con Λ

- Sea $L = \{\Lambda, 0, 00, 000, \dots\}$ ($\Sigma = \{0\}$)
 - $L^0 = \{\Lambda\}$
 - $L^1 = L = \{\Lambda, 0, 00, 000, \dots\}$
 - $L^2 = L^1 L^1 = \{\Lambda, 0, 00, 000, \dots\} \{\Lambda, 0, 00, 000, \dots\}$
 $= \{\Lambda\Lambda, \Lambda 0, \Lambda 00, \Lambda 000, \dots, 0\Lambda, 00, 000, 0000, \dots,$
 $000, 0000, 00000, \dots\}$
 $= \{\Lambda, 0, 00, 000, 0000, 00000, \dots\}$
 - $L^2 = L^1$
- Cerraduras:
 - $L^* = \{\Lambda, 0, 00, 000, \dots\}$
 - $L^+ = \{\Lambda, 0, 00, 000, \dots\}$
 - $L^* = L^+ = L$ y, además, $L^{i+1} = L^i$ para todo $i > 0$

Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

La cerradura otra vez!

- Todas las cadenas formadas por 0 o más elementos de L , permitiendo repeticiones, está en L^*
 - El primer elemento de la cadena está en L
 - Los primeros *dos* elementos de la cadena están en L^2 , incluso si son el mismo!
 - Los primeros *tres* elementos de la cadena están en L^3 , ya que se componen de la concatenación de L^2 con L , incluso si son el mismo
 - ...

Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

Cerraduras

- La cerradura de $L = \{0, 1\}$ es el conjunto de todas las cadenas formadas por 0, 1 & Λ
- 100111 pertenece a la cerradura:
 - 100111 pertenece a L
 - 100111 pertenece a L^2
 - 100111 pertenece a L^3
 - 100111 pertenece a L^4
 - 100111 pertenece a L^5
 - 100111 pertenece a L^6

Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

Cerraduras

- La cerradura de $L = \{10, 111\}$ es el conjunto de todas las cadenas formadas por 10 y 111, incluyendo repeticiones y Λ :
- 10111111 pertenece a la cerradura:
 - 10111111 pertenece a L
 - 10111111 pertenece a L^2
 - 10111111 pertenece a L^3
- Pero 101111 no está incluida!
 - 101111 pertenece a L^1
 - 101111 pertenece a L^2
 - 101111 no pertenece a ninguna potencia de $L!$

Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

Cerraduras

- La cerradura de $L = \{11, 111, 11111, 1111111, \dots\}$ es el conjunto de cadenas formadas por una secuencia de números primos en notación monádica, y $\Lambda!$
- 1111111111 pertenece a la cerradura:
 - 1111111111 pertenece a L
 - 1111111111 pertenece a L^2
 - 1111111111 pertenece a L^3
- Hay algún número $n > 1$ que no esté incluido en la cerradura de $L?$

Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

Cerradura

- Probablemente es difícil conceptualizar la cerradura de un lenguaje
- Pero es mucho más simple verificar si una cadena está en la cerradura de un lenguaje:
 - Leer la cadena de izquierda a derecha y verificar que cada subcadena pertenece al lenguaje
 - Si la cadena se lee completamente y es posible extraer palabras del lenguaje en cada paso, la cadena está en la cerradura del lenguaje
- Es muy simple generar las cadenas en la cerradura: concatenar todos los símbolos de L , permitiendo repeticiones, en un orden dado

Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

Ejemplo 1

- Dar un ejemplo de lenguajes INFINITOS L_1, L_2 sobre $\Sigma = \{a, b\}$ donde $L_1 \not\subseteq L_1L_2$ & $L_2 \not\subseteq L_1L_2$. Justificar la respuesta dando cadenas en L_1 y L_2 que no estén en L_1L_2

Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

Ejemplo 1

- Dar un ejemplo de lenguajes INFINITO L_1, L_2 sobre $\Sigma = \{a, b\}$ donde $L_1 \not\subseteq L_1L_2$ & $L_2 \not\subseteq L_1L_2$. Justificar la respuesta dando cadenas en L_1 y L_2 que no estén en L_1L_2
- Asumir:
 - $L_1 = \{a, aa, aaa, \dots\}$
 - $L_2 = \{b, bb, bbb, \dots\}$
 - $L_1L_2 = \{ab, abb, aab, abbb, aabb, aaabb \dots\}$

Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

Ejemplo 1

- Dar un ejemplo de lenguajes INFINITOS L_1, L_2 sobre $\Sigma = \{a, b\}$ donde $L_1 \not\subseteq L_1L_2$ & $L_2 \not\subseteq L_1L_2$. Justificar la respuesta dando cadenas en L_1 y L_2 que no estén en L_1L_2
- Asumir:
 - $L_1 = \{a, aa, aaa, \dots\}$
 - $L_2 = \{b, bb, bbb, \dots\}$
 - $L_1L_2 = \{ab, abb, aab, abbb, aabb, aaabb \dots\}$
- Consecuentemente:
 - $L_1 \not\subseteq L_1L_2$ & $L_2 \not\subseteq L_1L_2$
 - En particular, $a^k \in L_1$ pero $a^k \notin L_1L_2$
 - De manera similar, $b^k \in L_2$ pero $b^k \notin L_1L_2$

Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

Ejemplo 2

- Dar un ejemplo de lenguajes L_1, L_2 y L_3 tales que $(L_1 \cap L_2)L_3 \neq (L_1L_3) \cap (L_2L_3)$

Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

Ejemplo 2

- Dar un ejemplo de lenguajes L_1, L_2 y L_3 tales que $(L_1 \cap L_2)L_3 \neq (L_1L_3) \cap (L_2L_3)$
- Sea $L_1 = \{\Lambda\}$, $L_2 = \{a, b\}^+ = \Sigma^+$ y $L_3 = \{a, b\}^* = \Sigma^*$

Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

Ejemplo 2

- Dar un ejemplo de lenguajes L_1, L_2 y L_3 tales que $(L_1 \cap L_2)L_3 \neq (L_1L_3) \cap (L_2L_3)$
- Sea $L_1 = \{\Lambda\}, L_2 = \{a, b\}^+ = \Sigma^+$ y $L_3 = \{a, b\}^* = \Sigma^*$
- Lado izquierdo:

$$\begin{aligned} (L_1 \cap L_2)L_3 &= (\{\Lambda\} \cap \Sigma^+) \Sigma^* \\ &= \Phi \Sigma^* \\ &= \Phi \end{aligned}$$

Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

Ejemplo 2

- Dar un ejemplo de lenguajes L_1, L_2 y L_3 tales que $(L_1 \cap L_2)L_3 \neq (L_1L_3) \cap (L_2L_3)$
- Sea $L_1 = \{\Lambda\}, L_2 = \{a, b\}^+ = \Sigma^+$ y $L_3 = \{a, b\}^* = \Sigma^*$
- Lado izquierdo:

$$\begin{aligned} (L_1 \cap L_2)L_3 &= (\{\Lambda\} \cap \Sigma^+) \Sigma^* \\ &= \Phi \Sigma^* \\ &= \Phi \end{aligned}$$
- Lado derecho:

$$\begin{aligned} (L_1L_3) \cap (L_2L_3) &= (\{\Lambda\} \Sigma^*) \cap (\Sigma^+ \Sigma^*) \\ &= \Sigma^* \cap \Sigma^+ \\ &= \Sigma^+ \end{aligned}$$

Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

Ejemplo 2

- Dar un ejemplo de lenguajes L_1, L_2 y L_3 tales que $(L_1 \cap L_2)L_3 \neq (L_1L_3) \cap (L_2L_3)$
- Sea $L_1 = \{\Lambda\}, L_2 = \{a, b\}^+ = \Sigma^+$ y $L_3 = \{a, b\}^* = \Sigma^*$
- Lado izquierdo:

$$\begin{aligned} (L_1 \cap L_2)L_3 &= (\{\Lambda\} \cap \Sigma^+) \Sigma^* \\ &= \Phi \Sigma^* \\ &= \Phi \end{aligned}$$
- Lado derecho:

$$\begin{aligned} (L_1L_3) \cap (L_2L_3) &= (\{\Lambda\} \Sigma^*) \cap (\Sigma^+ \Sigma^*) \\ &= \Sigma^* \cap \Sigma^+ \\ &= \Sigma^+ \end{aligned}$$
- Consecuentemente, $\Phi \neq \Sigma^+$ y $(L_1 \cap L_2)L_3 \neq (L_1L_3) \cap (L_2L_3)$

Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

Resumen

- Dado un alfabeto Σ
- Hay un universo de cadenas Σ^*
- Un lenguaje L es un subconjunto de Σ^*
- Hay mucho, muchos, subconjuntos de Σ^* : 2^{Σ^*}
- Algunos de estos son finitos; otros infinitos pero contables
- Dado un conjunto de lenguajes iniciales, es posible generar nuevos lenguajes a través de las operaciones de conjuntos, la concatenación y las operaciones de cerradura.

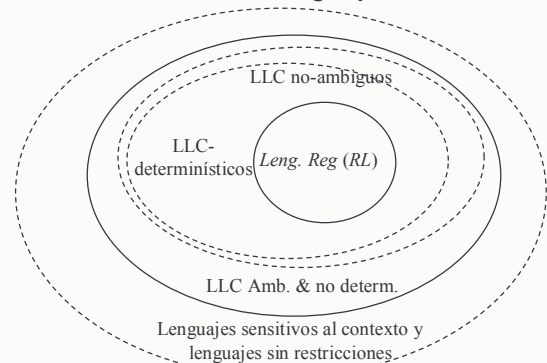
Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

Problemas y lenguajes

- Un problema: dado un lenguaje y una cadena decidir si la cadena pertenece al lenguaje :
 - Especificación declarativa: $s \in L$
 - Especificación procedural:
- $(L, s) \rightarrow$ Procedimiento de decisión:
El algoritmo \rightarrow Si o no!
- Dos lados de la moneda:
 - Generar todas las cadenas del lenguaje
 - Verificar si una cadena dada pertenece al lenguaje

Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

Universo de los lenguajes formales



Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7