

Tema 10

Autómatas Finitos No-determinísticos
con transiciones- Λ (NFA- Λ)

Dr. Luis A. Pineda
ISBN: 970-32-2972-7

NFA- Λ

- Motivación & concepto
- Definición
- Cerradura- Λ de un conjunto de estados
- Función de transición aumentada
- Los NFA- Λ son NFA
- Los FA son NFA- Λ

Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

Motivación

- Si M_1 & M_2 aceptan L_1 & L_2 existen máquinas M_u , M_i & M_d que aceptan:
 - $L(M_u) = L_1 \cup L_2$
 - $L(M_i) = L_1 \cap L_2$
 - $L(M_d) = L_1 - L_2$

Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

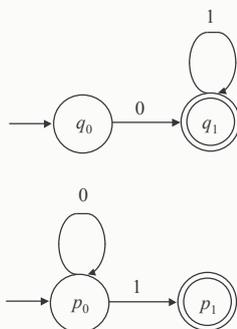
Motivación

- Pero qué tal las máquinas M_c & M_k de la definición inductiva de las ER?
 - $L(M_u) = L_1 \cup L_2$
 - $L(M_c) = L_1 L_2$
 - $L(M_k) = L_1^*$

Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

Primero: unión & concatenación

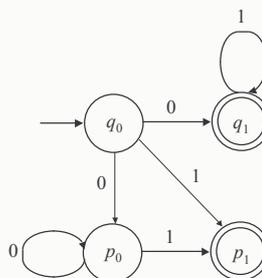
- $\Sigma = \{0, 1\}$
- $L_1 = 01^* = \{0\}\{1\}^*$
- $L_2 = 0^*1 = \{0\}^*\{1\}$



Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

La unión, otra vez...

- $L_1 \cup L_2 = 01^* + 0^*1 = \{0\}\{1\}^* \cup \{0\}^*\{1\}$



Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

Unión

- $L_1 \cup L_2 = 01^* + 0^*1$
- Las estructuras originales:

Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

Unión

- $L_1 \cup L_2 = 01^* + 0^*1$
- ¿Qué tal así?

Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

La concatenación

- $L_1L_2 = 01^*0^*1$

Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

Concatenación

- $L_1L_2 = 01^*0^*1$
- ¿Qué tal así?:

Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

Cadenas correspondientes

- Pero ahora se acepta un conjunto mucho más grande de cadenas (las que incluyen a Λ):
- 01 & 0 Λ 1
- 0101 & 01 Λ 01
-

Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

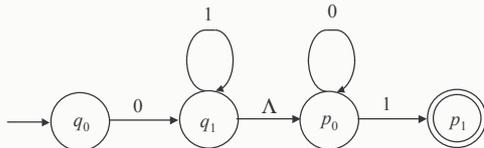
Cadenas correspondientes

- Λ nunca aparece en la cadena de entrada
- Si la máquina está en un estado con una transición- Λ :
 - Puede leer un símbolo de Σ que esté en la cinta
 - Puede moverse (espontáneamente) al estado al que se llega a través de la transición- Λ !

Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

Cadenas correspondientes

- Para toda cadena con transiciones- Λ hay una cadena correspondiente sin transiciones- Λ :
 - 01 corresponde a $0\Lambda 1$
 - 0101 corresponde a $01\Lambda 01$
- La cadena con transiciones- Λ sólo existe en las transiciones del NFA- Λ (en la cinta nunca hay Λ 's)!



Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

NFA- Λ

- Proveen un nivel adicional de expresividad
- Permiten expresar abstracciones (especificaciones) de modo simple y directo!
- Da a los FA la expresividad que tienen las expresiones regulares directamente!

Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

NFA con transiciones- Λ : NFA- Λ

- Un autómata FA no-determinístico con transiciones- Λ (NFA- Λ) es una quinteta:

$$(Q, \Sigma, q_0, A, \delta),$$
 donde
 - Q es un conjunto finito (de estados)
 - Σ es una alfabeto
 - $q_0 \in Q$ (el estado inicial)
 - $A \subseteq Q$ (el conjunto de estados aceptores)
 - La función de transición:

$$\delta: Q \times (\Sigma \cup \{\Lambda\}) \rightarrow 2^Q$$

Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

Funciones de transición

- Función de transición para DFA:

$$\delta: Q \times \Sigma \rightarrow Q$$
- Función de transición para NFA:

$$\delta: Q \times \Sigma \rightarrow 2^Q$$
- Función de transición para NFA- Λ

$$\delta: Q \times (\Sigma \cup \{\Lambda\}) \rightarrow 2^Q$$
- Extendemos el codominio con Λ !

Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

Función de transición aumentada para NFA- Λ

- $\delta^*(q, x)$ denota el conjunto de estados a los que llega la máquina a partir del estado q leyendo la cadena x
- Pero ahora la cadena $x \in \Sigma^*$ puede corresponder a muchas cadenas con transiciones- Λ !

Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

Función de transición aumentada para NFA- Λ

- Debemos asegurarnos que se llega al conjunto correcto de estados a partir de q con x , independientemente de las transiciones- Λ que haya en la trayectoria de estados de q a $\delta^*(q, x)$
- ¿Cómo podemos incluir esta condición en la definición de δ^* para los NFA- Λ ?

Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

Cerradura- Λ de un conjunto de estados

- Cerradura- Λ (de un conjunto de estados): El conjunto de estados al que se llega con transiciones- Λ desde un estado (o conjunto de estados)

Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

Cerradura- Λ de un conjunto de estados

- Sea $M = (Q, \Sigma, q_0, A, \delta)$ un NFA- Λ , & S un subconjunto de Q . La cerradura- Λ de S es el conjunto $\Lambda(S)$ como sigue:
 - Todo elemento de S pertenece a $\Lambda(S)$
 - Para todo $q \in \Lambda(S)$, todo miembro de $\delta(q, \Lambda)$ está en $\Lambda(S)$
 - Ningún otro miembro de Q está en $\Lambda(S)$

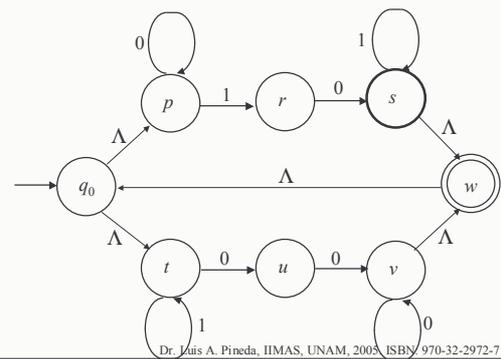
Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

Cálculo de $\Lambda(S)$ para un S dado

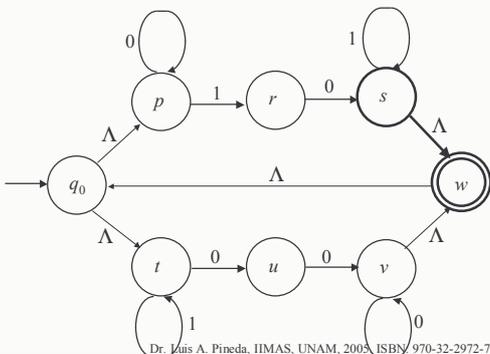
- Sea S un conjunto de estados de un NFA- Λ
- Sea $T = S$ donde T es el conjunto $\Lambda(S)$
 - Para todo $q \in T$ incluir en T todo $\delta(q, \Lambda)$ que no esté incluido en T
 - Repetir hasta que no sea posible incluir más estado en T !

Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

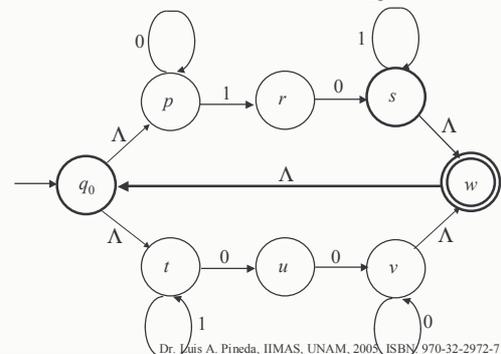
Cálculo de $\Lambda(\{s\})$: $T = \{s\}$

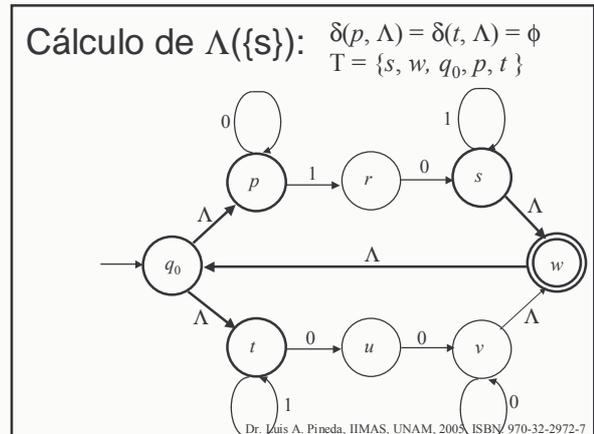
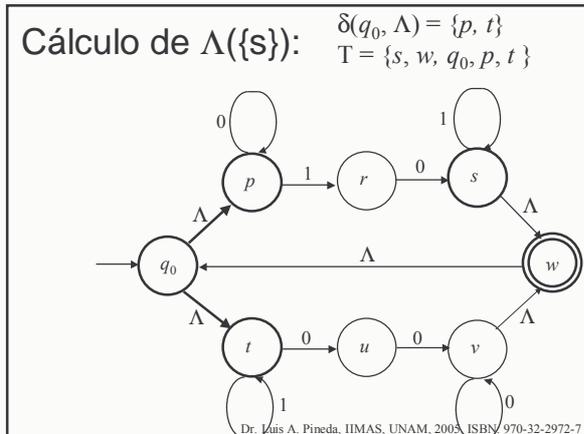


Cálculo de $\Lambda(\{s\})$: $\delta(s, \Lambda) = \{w\}$ $T = \{s, w\}$



Cálculo de $\Lambda(\{s\})$: $\delta(w, \Lambda) = \{q_0\}$ $T = \{s, w, q_0\}$





δ^* NFA- Λ

- $\Lambda(S)$ calcula la función de transición aumentada para trayectorias iniciadas en el conjunto de estados S que tienen transiciones- Λ !
- Si $\delta^*(q, y)$ es el conjunto de estados que se pueden alcanzar desde q con la cadena y incluyendo transiciones- Λ , entonces el conjunto de estados que se pueden alcanzar leyendo un símbolo adicional a es:

$$\bigcup_{r \in \delta^*(q, y)} \delta(r, a)$$

Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

Cerradura- Λ de S

- La cerradura- Λ de $\bigcup_{r \in \delta^*(q, y)} \delta(r, a)$ incluye también cualquier otro estado que se pueda alcanzar mediante una o más transiciones- Λ , por lo que:

$$\delta^*(q, ya) = \Lambda \left(\bigcup_{r \in \delta^*(q, y)} \delta(r, a) \right)$$

Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

δ^* NFA- Λ

- Sea $M = (Q, \Sigma, q_0, A, \delta)$ un NFA- Λ
- La función de transición aumentada: $\delta^*: Q \times \Sigma^* \rightarrow 2^Q$ se define como sigue:
 - Para todo $q \in Q$, $\delta^*(q, \Lambda) = \Lambda(\{q\})$.
 - Para todo $q \in Q, y \in \Sigma^* \ \& \ a \in \Sigma$:

$$\delta^*(q, ya) = \Lambda \left(\bigcup_{r \in \delta^*(q, y)} \delta(r, a) \right)$$

Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

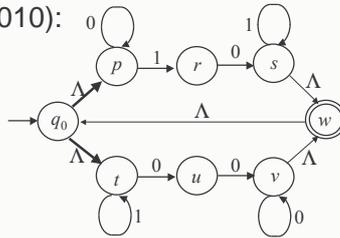
Lenguaje aceptado por un NFA- Λ

- Una cadena x se acepta por M si $\delta^*(q_0, x) \cap A \neq \emptyset$
- El lenguaje reconocido por M es el conjunto $L(M)$ de todas las cadenas aceptadas por M

Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

Cálculo de: $\delta^*(q_0, 010)$:

$$\delta^*(q_0, \Lambda) = \Lambda(\{q_0\}) = \{q_0, p, t\}$$



Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

Cálculo de: $\delta^*(q_0, 010)$:

$$\delta^*(q_0, \Lambda) = \{q_0, p, t\}$$

$$\begin{aligned} \delta^*(q_0, 0) &= \Lambda\left(\bigcup_{r \in \delta^*(q_0, \Lambda)} \delta(r, 0)\right) \\ &= \Lambda(\delta(q_0, 0) \cup \delta(p, 0) \cup \delta(t, 0)) \\ &= \Lambda(\emptyset \cup \{p\} \cup \{u\}) \\ &= \Lambda(\{p, u\}) \\ &= \{p, u\} \end{aligned}$$

Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

Cálculo de: $\delta^*(q_0, 010)$:

$$\delta^*(q_0, 0) = \{p, u\}$$

$$\begin{aligned} \delta^*(q_0, 01) &= \Lambda\left(\bigcup_{r \in \delta^*(q_0, \Lambda 0)} \delta(r, 1)\right) \\ &= \Lambda(\delta(p, 1) \cup \delta(u, 1)) \\ &= \Lambda(\{r\} \cup \emptyset) \\ &= \Lambda(\{r\}) \\ &= \{r\} \end{aligned}$$

Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

Cálculo de: $\delta^*(q_0, 010)$:

$$\delta^*(q_0, 01) = \{r\}$$

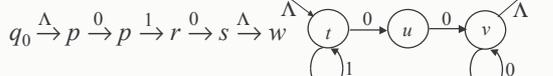
$$\begin{aligned} \delta^*(q_0, 010) &= \Lambda\left(\bigcup_{r \in \delta^*(q_0, \Lambda 01)} \delta(r, 0)\right) \\ &= \Lambda(\delta(r, 0)) \\ &= \Lambda(\{s\}) \\ &= \{s, w, q_0, p, t\} \end{aligned}$$

Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

El lenguaje aceptado por un NFA- Λ

- Una cadena x se acepta por M si $\delta^*(q_0, x) \cap A \neq \emptyset$
- $A = \{w\}$
- $\delta^*(q_0, 010) = \{s, w, q_0, p, t\}$
- $\delta^*(q_0, x) \cap A = \{w\} \neq \emptyset$

- Aceptando 010:



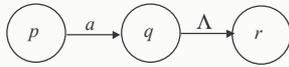
Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

Los NFA- Λ son NFA

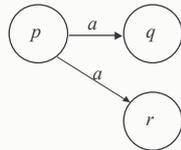
- Si $L \subseteq \Sigma^*$ se acepta por el NFA- Λ $M = (Q, \Sigma, q_0, A, \delta)$ existe un NFA $M_1 = (Q_1, \Sigma, q_1, A_1, \delta_1)$ que también acepta a L
- M_1 es el NFA *sin* transiciones- Λ que corresponde al NFA- Λ M

Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

Eliminando transiciones- Λ



es equivalente a:



Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

Eliminando transiciones- Λ

- Mediante δ^* se puede determinar el conjunto de estado alcanzados a partir de cualquier estado de un NFA- Λ (incluyendo transiciones- Λ) para cualquier cadena de cualquier longitud
- Estos estados incluyen aquellos que se pueden alcanzar con cadenas de longitud unitaria: $|x| = 1$.
- Estas cadenas corresponden a los símbolos del alfabeto!
- Podemos evitar las transiciones- Λ substituyendolas por las transiciones sobre los símbolos del alfabeto correspondientes

Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

Eliminando transiciones- Λ

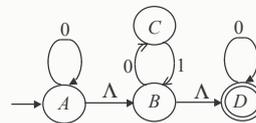
- Para encontrar el NFA correspondiente:
 - Dada la tabla de transición del NFA- Λ
 - Calcular δ^* del NFA- Λ para todos los estados, para todos los símbolos del alfabeto (cadenas de longitud 1). Esto es, calcular para todo q_i

$$\delta^*(q_i, \Lambda) = \Lambda(\{q_j\}) \ \&$$

$$\delta^*(q_i, \Lambda a) \text{ para todo } a \in \Sigma$$
 - El resultado de este proceso es la función de transición del NFA!

Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

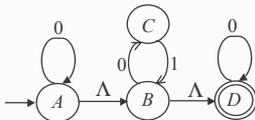
Reducción de NFA- Λ a NFA



Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

Reducción de NFA- Λ a NFA

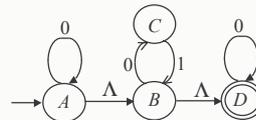
| q | $\delta(q, \Lambda)$ | $\delta(q, 0)$ | $\delta(q, 1)$ |
|-----|----------------------|----------------|----------------|
| A | {B} | {A} | ϕ |
| B | {D} | {C} | ϕ |
| C | ϕ | ϕ | {B} |
| D | ϕ | {D} | ϕ |



Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

Reducción de NFA- Λ a NFA

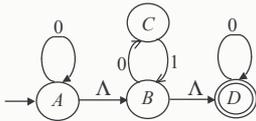
| q | $\delta(q, \Lambda)$ | $\delta(q, 0)$ | $\delta(q, 1)$ | $\delta^*(q, 0)$ | $\delta^*(q, 1)$ |
|-----|----------------------|----------------|----------------|------------------|------------------|
| A | {B} | {A} | ϕ | | |
| B | {D} | {C} | ϕ | | |
| C | ϕ | ϕ | {B} | | |
| D | ϕ | {D} | ϕ | | |



Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

Reducción de NFA- Λ a NFA

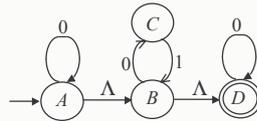
| q | $\delta(q, \Lambda)$ | $\delta(q, 0)$ | $\delta(q, 1)$ | $\delta^*(q, 0)$ | $\delta^*(q, 1)$ |
|-----|----------------------|----------------|----------------|------------------|------------------|
| A | $\{B\}$ | $\{A\}$ | \emptyset | $\{A\}$ | |
| B | $\{D\}$ | $\{C\}$ | \emptyset | | |
| C | \emptyset | \emptyset | $\{B\}$ | | |
| D | \emptyset | $\{D\}$ | \emptyset | | |



Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

Reducción de NFA- Λ a NFA

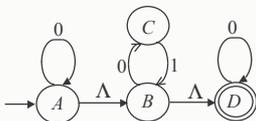
| q | $\delta(q, \Lambda)$ | $\delta(q, 0)$ | $\delta(q, 1)$ | $\delta^*(q, 0)$ | $\delta^*(q, 1)$ |
|-----|----------------------|----------------|----------------|------------------|------------------|
| A | $\{B\}$ | $\{A\}$ | \emptyset | $\{A, B\}$ | |
| B | $\{D\}$ | $\{C\}$ | \emptyset | | |
| C | \emptyset | \emptyset | $\{B\}$ | | |
| D | \emptyset | $\{D\}$ | \emptyset | | |



Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

Reducción de NFA- Λ a NFA

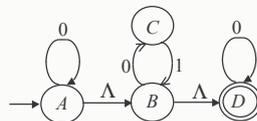
| q | $\delta(q, \Lambda)$ | $\delta(q, 0)$ | $\delta(q, 1)$ | $\delta^*(q, 0)$ | $\delta^*(q, 1)$ |
|-----|----------------------|----------------|----------------|------------------|------------------|
| A | $\{B\}$ | $\{A\}$ | \emptyset | $\{A, B, C\}$ | |
| B | $\{D\}$ | $\{C\}$ | \emptyset | | |
| C | \emptyset | \emptyset | $\{B\}$ | | |
| D | \emptyset | $\{D\}$ | \emptyset | | |



Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

Reducción de NFA- Λ a NFA

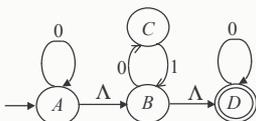
| q | $\delta(q, \Lambda)$ | $\delta(q, 0)$ | $\delta(q, 1)$ | $\delta^*(q, 0)$ | $\delta^*(q, 1)$ |
|-----|----------------------|----------------|----------------|------------------|------------------|
| A | $\{B\}$ | $\{A\}$ | \emptyset | $\{A, B, C, D\}$ | |
| B | $\{D\}$ | $\{C\}$ | \emptyset | | |
| C | \emptyset | \emptyset | $\{B\}$ | | |
| D | \emptyset | $\{D\}$ | \emptyset | | |



Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

Reducción de NFA- Λ a NFA

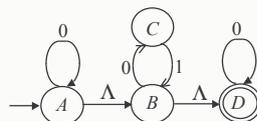
| q | $\delta(q, \Lambda)$ | $\delta(q, 0)$ | $\delta(q, 1)$ | $\delta^*(q, 0)$ | $\delta^*(q, 1)$ |
|-----|----------------------|----------------|----------------|------------------|------------------|
| A | $\{B\}$ | $\{A\}$ | \emptyset | $\{A, B, C, D\}$ | |
| B | $\{D\}$ | $\{C\}$ | \emptyset | | |
| C | \emptyset | \emptyset | $\{B\}$ | | |
| D | \emptyset | $\{D\}$ | \emptyset | | |



Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

Reducción de NFA- Λ a NFA

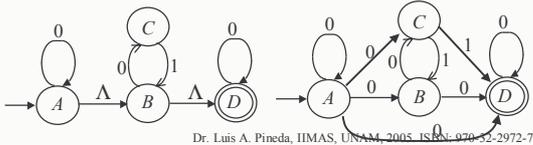
| q | $\delta(q, \Lambda)$ | $\delta(q, 0)$ | $\delta(q, 1)$ | $\delta^*(q, 0)$ | $\delta^*(q, 1)$ |
|-----|----------------------|----------------|----------------|------------------|------------------|
| A | $\{B\}$ | $\{A\}$ | \emptyset | $\{A, B, C, D\}$ | \emptyset |
| B | $\{D\}$ | $\{C\}$ | \emptyset | $\{C, D\}$ | \emptyset |
| C | \emptyset | \emptyset | $\{B\}$ | \emptyset | $\{B, D\}$ |
| D | \emptyset | $\{D\}$ | \emptyset | $\{D\}$ | \emptyset |



Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

Reducción de NFA- Λ a NFA

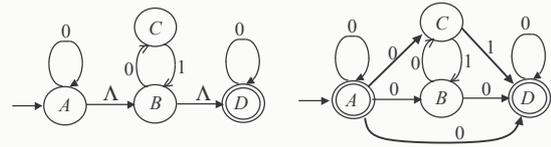
| q | $\delta(q, \Lambda)$ | $\delta(q, 0)$ | $\delta(q, 1)$ | $\delta^*(q, 0)$ | $\delta^*(q, 1)$ |
|-----|----------------------|----------------|----------------|------------------|------------------|
| A | $\{B\}$ | $\{A\}$ | \emptyset | $\{A, B, C, D\}$ | \emptyset |
| B | $\{D\}$ | $\{C\}$ | \emptyset | $\{C, D\}$ | \emptyset |
| C | \emptyset | \emptyset | $\{B\}$ | \emptyset | $\{B, D\}$ |
| D | \emptyset | $\{D\}$ | \emptyset | $\{D\}$ | \emptyset |



Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

Reducción de NFA- Λ a NFA

Si se pueden alcanzar estados aceptores mediante transiciones- Λ a partir del estado inicial, entonces el estado inicial también es aceptor!



Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

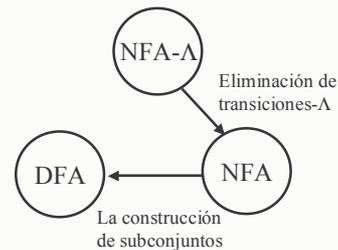
Los NFA- Λ s son NFAs

- Si $L \subseteq \Sigma^*$ se acepta por un NFA- Λ $M = (Q, \Sigma, q_0, A, \delta)$ existe un NFA $M_1 = (Q_1, \Sigma, q_1, A_1, \delta_1)$ que también acepta L
- Este el caso si y sólo si: $\delta_1^*(q, y) = \delta^*(q, y)$
- $Q_1 = Q$ & los estados aceptores:

$$A_1 = \begin{cases} A \cup \{q_0\} & \text{Si } \Lambda(\{q_0\}) \cap A \neq \emptyset \text{ en } M \\ A & \text{de otro modo} \end{cases}$$
- La prueba es por inducción!

Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

La familia de FA



Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

Los FAs son NFA- Λ s

- Lo que sabemos hasta ahora:
 - L se puede reconocer por un FA
 - L se puede reconocer por un NFA
 - L se puede reconocer por un NFA- Λ

Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

Los FAs son NFA- Λ s

- Los siguientes tres enunciados son equivalentes:
 - Para todo NFA existe un FA equivalente (la construcción de subconjuntos)
 - Para todo NFA- Λ existe un NFA equivalente (eliminando transiciones- Λ)
 - Para todo FA existe un NFA- Λ equivalente!

Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

El NFA- Λ equivalente a un DFA

- Sea L un lenguaje aceptado por un a DFA
 $M = (Q, \Sigma, q_0, A, \delta)$
- Construimos un NFA- Λ equivalente:
 $M_1 = (Q, \Sigma, q_0, A, \delta_1)$
 - Con el mismo conjunto de estados
 - El mismo alfabeto
 - El mismo estado inicial
 - El mismo conjunto de estados aceptores!

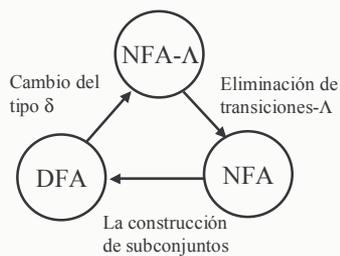
Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

El NFA- Λ equivalente a un DFA

- La función de transición δ_1 es de tipo:
 $\delta_1: Q \times (\Sigma \cup \{\Lambda\}) \rightarrow 2^Q$
 como sigue (para todo $q \in Q$ & $a \in \Sigma$):
 $\delta_1(q, \Lambda) = \emptyset$
 $\delta_1(q, a) = \{\delta(q, a)\}$
- El NFA- Λ trivial sin transiciones no-determinísticas o transiciones- Λ !

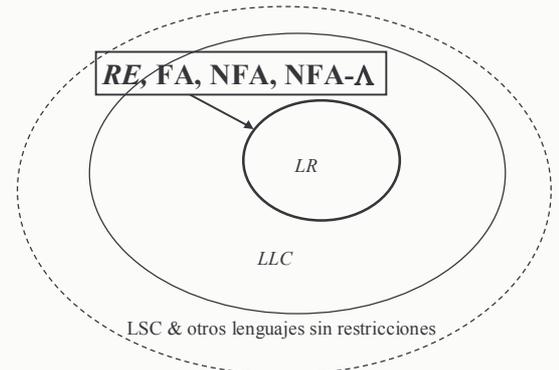
Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

La familia de los FAs



Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

La cuarta descripción de los LR



Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7