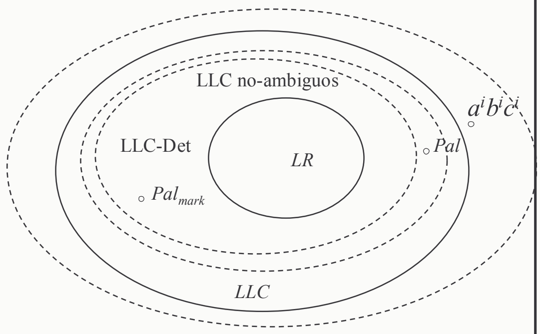
Tema 25

Máquina de Turing, Problema del paro
y
Tesis de Church

Dr. Luis A. Pineda
ISBN: 970-32-2972-7

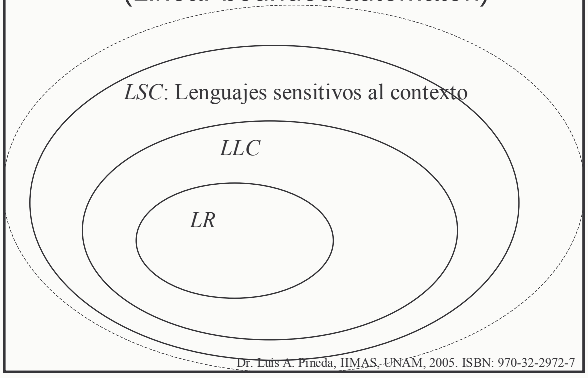
No-*LLC*



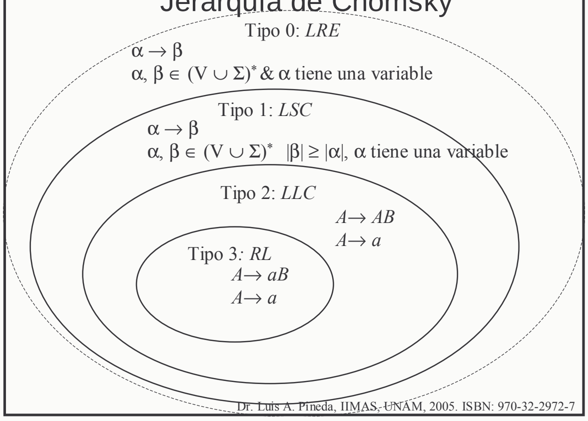
AP con dos pilas

- Proceso de $a^ib^ic^i$:
  - Push todas las *a*'s en stack 1
  - Por cada *b* pop una *a* del stack 1& push una *b* en el stack 2
  - eventualmente $a^i = b^i$
  - Por cada *c* pop una *b* del stack 2
  - eventualmente $b^i = c^i$
- Pero el lenguaje no es *LLC*
- La máquina de 2 stacks no es una AP "normal"

Autómata acotado linealmente (Linear bounded automaton)



Jerarquía de Chomsky



Más allá del autómata de pila

Máquina de Turing

- Alan Turing, 1936. On computable numbers, with an application to Entscheidungsproblem, Proceedings of the London Matemathics Society. 42: 230-265 & 43:544 (1937).
- Movidas: Dependiendo del estado actual & del símbolo en la cinta:
  – Seleccionar el siguiente estado
  – Acción: escribir un símbolo o moverse una celda a la derecha o a la izquierda de la cinta

Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

Una teoría de la computación completa

- Para todas las funciones f
- Para todos sus argumentos x
- Contar con una <u>representación</u> y con un algoritmo que permite calcular $f(x)$

Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

¿Cuántas funciones hay?

- Sea n_0 ... n_n la lista de todos los argumentos
- Sea f_0 ... f_n la lista de todas las funciones

Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

¿Cuántas funciones hay?

	n_0	n_1	n_2	…	n_n
f_0	$f_0(n_0)$	$f_0(n_1)$	$f_0(n_2)$	…	$f_0(n_n)$
f_1	$f_1(n_0)$	$f_1(n_1)$	$f_1(n_2)$	…	$f_1(n_n)$
f_2	$f_2(n_0)$	$f_2(n_1)$	$f_2(n_2)$	…	$f_2(n_n)$
…	…	…	…	…	…
f_n	$f_n(n_0)$	$f_n(n_1)$	$f_n(n_2)$	…	$f_n(n_n)$

$f_j(n_i)$ puede o no estar definida

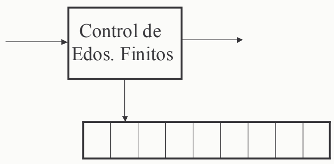
Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

Función *antidiagonal* u

- Sea u:
  – $u(n) = 1$ si $f_n(n)$ NO está definida
  – $u(n) = f_n(n) + 1$ si $f_n(n)$ está definida
- Supongamos que $u = f_m$ (i.e. está en la lista):
  – $f_m(m) = 1$ si $f_m(m)$ NO está definida
  – $f_m(m) = f_m(m) + 1$ si $f_m(m)$ está definida
- Por lo tanto u no está en la lista!
- Ergo, las funciones no son numerables!

Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

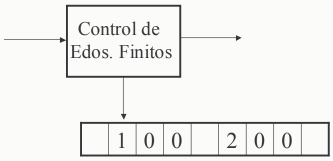
Máquina de Turing



Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

Máquina de Turing

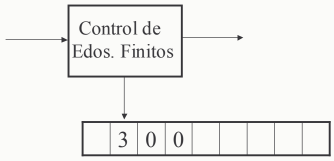
- Evaluando una función:
  - Estado inicial: los argumentos de la función



Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

Máquina de Turing

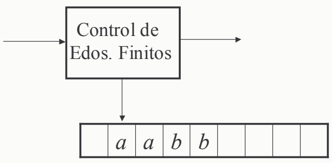
- Evaluando una función:
  - Estado final: el valor de la función para dichos argumentos



Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

Máquina de Turing

- Aceptando un lenguaje:
  - Función característuica del lenguaje

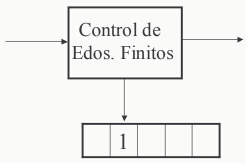


L = $\{x \,/\, |x| \text{ es par}\}$

Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

Máquina de Turing

- Aceptando un lenguaje:
  - Función característica del lenguaje

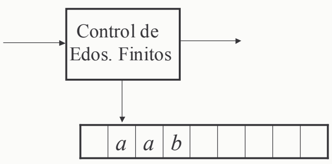


L = $\{x \,/\, |x| \text{ es par}\}$

Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

Máquina de Turing

- Aceptando un lenguaje:
  - Función característica del lenguaje

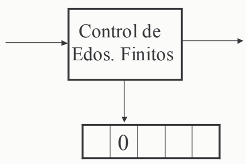


L = $\{x \,/\, |x| \text{ es par}\}$

Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

Máquina de Turing

- Aceptando un lenguaje:
  - Función característica del lenguaje



L = $\{x \,/\, |x| \text{ es par}\}$

Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

Una teoría de la computación completa

- Las funciones no son contables
- Las máquinas de Turing son contables
- Hay más funciones que MT
- No todas las funciones son computables
- La función *u*, en particular, no es computable!

Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

Máquina de Turing

- Convenciones de interpretación:
  - Estado inicial: los argumentos de la función (apuntando al símbolo más izquierdo)
  - Estado final: el valor de la función para dichos argumentos (idem.)
  - Si la máquina no para, o para en una configuración no estándar (i.e. apuntando a un símbolo diferente del más izquierdo), la función no tiene valor para el argumento de entrada: es una función parcial.

Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

Máquina de Turing

- Para determinar el valor de una función, de acuerdo con las convenciones de interpretación:

Necesitamos saber si

la máquina va a parar!

Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

Definición de la máquina de paro HM

- Definimos una máquina HM (máquina de paro) que recibe como argumentos el id. de la máquina bajo análisis y su argumento, y determina si dicha máquina para para dicho argumento:

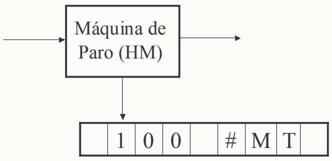
$H(n, m) = 2$ Si la máquina m para para el argumento n

$H(n, m) = 1$ en otro caso

Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

Máquina de Turing

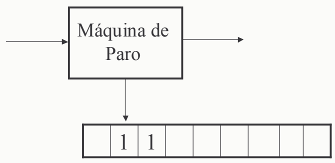
- Estado inicial:
  - Argumento
  - Id. de la función o MT correspondiente:



Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

Máquina de Turing

- Estado final: Para (2) o no para (1)

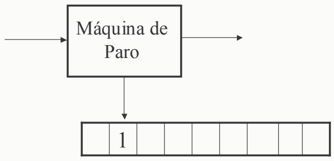


  - La máquina *m* para para el argumento *n*

Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

Máquina de Turing

- Estado final: Para (1) o no para (2)

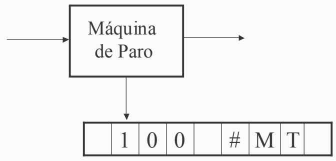


  – La máquina *m* <u>NO para</u> para el argumento *n*

Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

Máquina de Turing

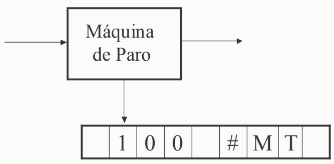
- ¿Qué hace HM?
  – Toma el argumento y la descrición de la MT indicada
  – Aplica el argumento a dicha máquina o algo así!



Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

Máquina de Turing

- ¿Qué hace HM?
  – Si para escribe 11 y si no para escribe 1!
  – Pero en todo caso, la máquina de paro (HM) tiene que parar para todos los argumentos y todas las MT



Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

Una teoría de la computación completa

- Para todas las funciones *f*
- Para todos sus argumentos *x*
- Contar con una <u>representación</u> y con un algoritmo que permite calcular *f*(*x*)
- Si la representación es la máquina de Turing, el problema de la computabilidad se soluciona definiendo la máquina del paro (una MT)

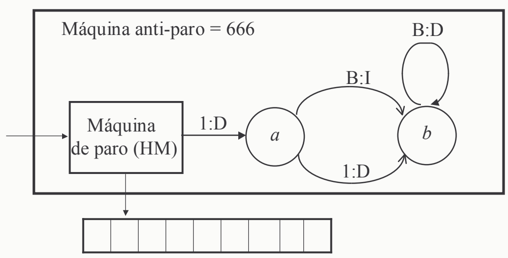
Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

Una teoría de la computación completa

- Si la máquina del paro HM es una MT, siempre será posible definir una máquina anti-paro M666 tal que:
  – Si HM dice que *m* para para *n*, M666 dice dice que *m* no para para *n*
  – Si HM dice que *m* No para para *n*, M666 dice dice que *m* para para *n*

Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

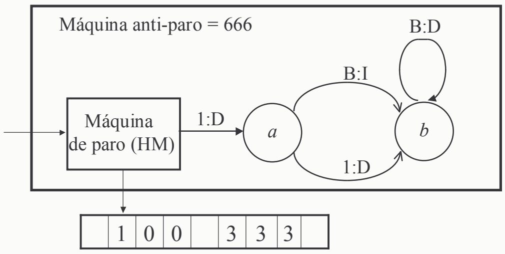
La Máquina anti-paro (AH)



Todos los estados finales de HM se concatenan al estado inicial del segmento antiparo con una arco etiquetado 1:D

Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

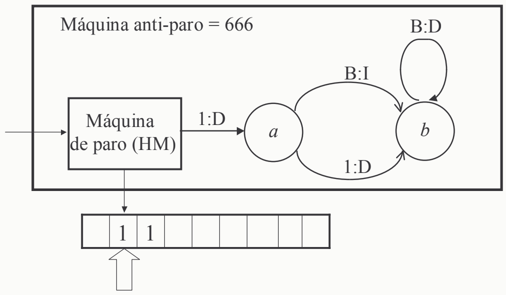
La Máquina anti-paro, ¿para?



Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

La Máquina anti-paro, ¿para?

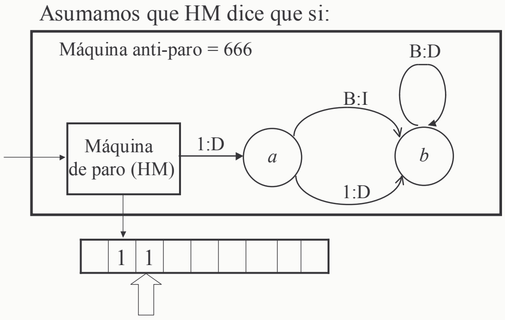
Asumamos que HM dice que si:



Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

La Máquina anti-paro, ¿para?

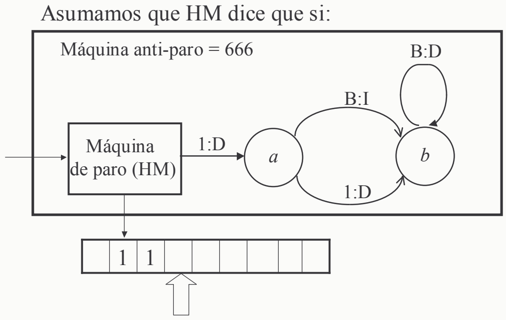
Asumamos que HM dice que si:



Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

La Máquina anti-paro, ¿para?

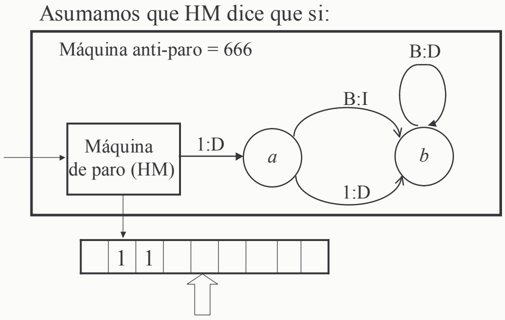
Asumamos que HM dice que si:



Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

La Máquina anti-paro, ¿para?

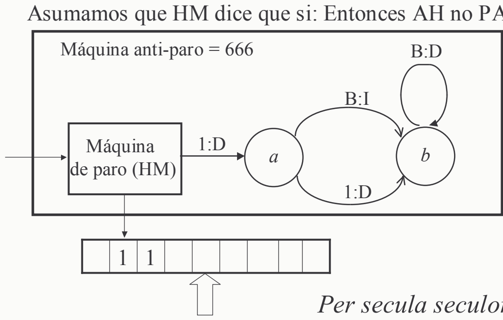
Asumamos que HM dice que si:



Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

La Máquina anti-paro, ¿para?

Asumamos que HM dice que si: Entonces AH no PARA!

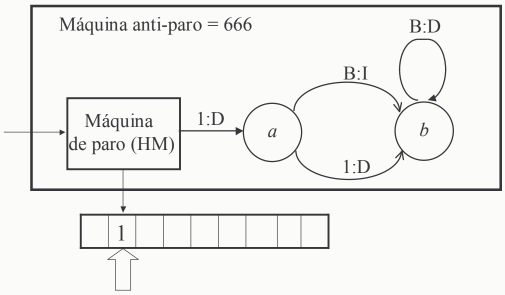


Per secula seculorum

Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

La Máquina anti-paro, ¿para?

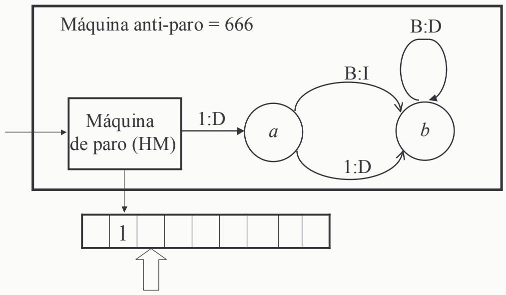
Entonces asumamos que HM dice que que NO:



Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

La Máquina anti-paro, ¿para?

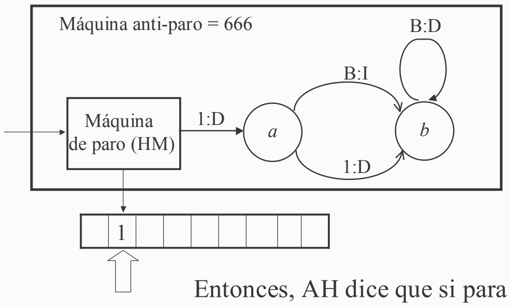
Entonces asumamos que HM dice que que NO:



Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

La Máquina anti-paro, ¿para?

Entonces asumamos que HM dice que que NO: AH SI PARA



Entonces, AH dice que si para!

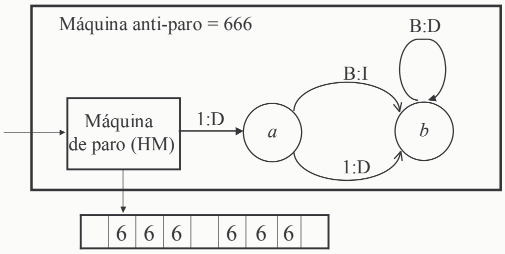
Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

Una teoría de la computación completa

La máquina M666 para?

Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

La Máquina anti-paro, ¿para?



Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

H no es una MT

- Si HM dice que M666 para, entonces M666 no para
- Si HM dice que M666 no para, entonces M666 para
- Por lo tanto, HM, la máquina de Paro, si es que existe, no es una Máquina de Turing

Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

El problema del paro (The halting problem)

- Si la cinta se puede reescribir, no podemos saber si la computación va a parar!
- El problema del paro no puede ser resuelto por una máquina de turing

Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

Tesis de Church

- El conjunto de las funciones computables por la MT corresponde con el conjunto de funciones que los seres humanos pueden evaluar de manera intuitiva
- Cualquier mecanismo computacional que sea suficientemente general para evaluar a todas las funciones es equivalente (y puede reducirse) a la Máquina de Turing

Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

Tesis de Church

- Formalismos equivalentes:
  - Máquina de Turing
  - Teoría de las funciones recursivas (Kleene)
  - Computación Abacus (Arq. de Von Newman)
  - Cálculo Lambda (Alonso Church)
  - Máquina de Post

Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

Tesis de Church & el problema del paro

- Si se descubriera un mecanismo computacional que resolviera el problema del paro, dicho mecanismo no sería una máquina de Turing
- La Tesis de Church sería falsa!

Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

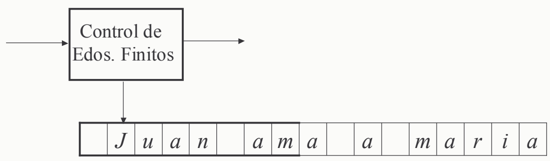
MT & Lenguaje Natural

- Interpretar el lenguaje es evaluar una función:
  - La función característica del lenguaje

Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

MT & Lenguaje Natural

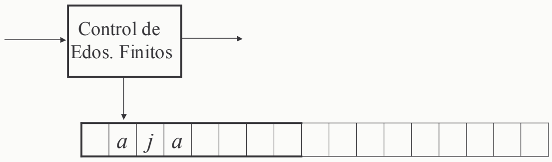
- Interpretar el lenguaje es evaluar una función:
  - La función característica del lenguaje



Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

Máquina de Turing

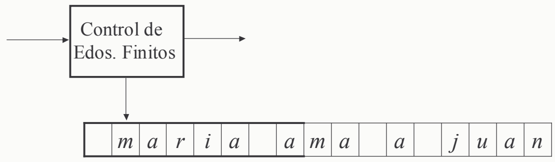
- Interpretar el lenguaje es evaluar una función:



Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

Máquina de Turing

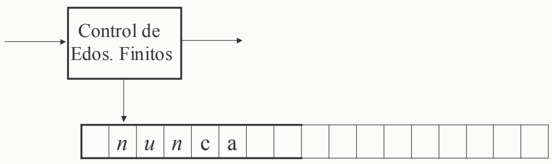
- Interpretar el lenguaje es evaluar una función:



Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

Máquina de Turing

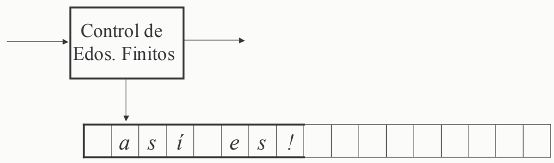
- Interpretar el lenguaje es evaluar una función:



Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

Máquina de Turing

- Interpretar el lenguaje es evaluar una función:

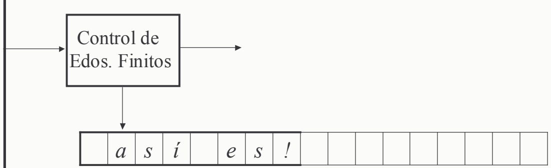


- Hay una MT por cada función que podamos evaluar intuitivamente!
- Saber un lenguaje es saber su función característica!

Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

El Juego de Turing (1950)

- Alan Turing, Computing machinery and Intelligence, *Mind*, Octubre, 1950, 59:433-460
- Interpretar el lenguaje es evaluar una función:



- Origen de la Inteligencia Artificial

Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7

El lenguaje natural...

- Curso: “Procesamiento del habla y del lenguaje”
  - Reconocimiento del habla
  - Interpretación del lenguaje
- Posgrado UNAM 2006-2:
  - Martes y jueves de 12:00 a 13:30 Hrs
  - Seminario
  - Evaluación: Construcción de un sistema con recursos del proyecto DIME

Dr. Luis A. Pineda, IIMAS, UNAM, 2005. ISBN: 970-32-2972-7