Curso de Álgebra (2000) – Facultad de Química, UNAM
Profesor: Carlos Velarde V.
Programa

INTRODUCCIÓN

El álgebra es un antecedente indispensable para el estudio de cualquier tema de matemáticas que se pretenda efectuar.

Los cursos de química analítica, química inorgánica, química orgánica, así como los de física, fisicoquímica e ingeniería química, abundan en situaciones en que la comprensión de un modelo algebraico del problema resulta de la mayor importancia.

Como otras ramas de la matemática, el álgebra tiene un valor formativo considerable en lo que se refiere a la riqueza de métodos y a lo correcto de éstos en el arte de razonar. Este aspecto se destaca en la unidad de lógica matemática, en la que se estudian los métodos de demostración y se enfatiza la importancia de analizar correctamente los argumentos con los que se razona.

Además de estudiar una introducción a la lógica y a la teoría de conjuntos, la asignatura de álgebra comprende algunos de los sistemas numéricos fundamentales, sistemas de ecuaciones lineales y teoría de ecuaciones. Finalmente, para cubrir algunos requerimientos de la física y como base natural para el cálculo avanzado, se trata una introducción al álgebra lineal, con énfasis en los espacios vectoriales construidos sobre los números reales.

El curso comprende cinco unidades, resumidas a continuación.

CONTENIDO

1. Lógica y conjuntos (9 horas)

Lógica matemática

Proposiciones simples y compuestas. Operadores lógicos. Fórmulas proposicionales.

Tablas de verdad. Tautologías, absurdos. Fórmulas equivalentes.

Cuantificadores y predicados. Fórmulas predicativas.

Análisis de argumentos. Reglas de inferencia.

Algunos métodos de demostración: directos, indirectos (por reducción al absurdo, por casos y mediante el teorema de deducción).

Conjuntos

Principios básicos de la teoría de conjuntos.

Igualdad entre conjuntos. Conjuntos universales. Conjunto asociado a un predicado. Subconjuntos. Conjunto vacío.

Operaciones de unión, intersección, diferencia y complementación.

Conjunto potencia. Producto cartesiano.

2. Sistemas de ecuaciones lineales, matrices y determinantes (9 horas)

Sistemas de ecuaciones

Sistemas equivalentes. Métodos de suma y resta y de eliminación.

Matrices (como forma de representación de sistemas). Operaciones elementales sobre los renglones de una matriz.

Resolución de sistemas usando un método de tipo Gauss-Jordan.

Conjunto de soluciones. Sistemas inconsistentes, sistemas de solución única y sistemas con infinidad de soluciones. Representaciones paramétricas. Grados de libertad. Teorema del rango.

Matrices

Operaciones matriciales. Suma, multiplicación por un escalar, multiplicación de matrices.

Matriz inversa. Su obtención mediante el método Gauss-Jordán.

Determinantes

Definición. Propiedades elementales y uso de éstas para la evaluación de determinantes.

Resolución de sistemas de ecuaciones mediante determinantes. Fórmulas de Cramer.

3. Sistemas numéricos (8 horas)

Presentación elemental de los sistemas numéricos $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}$ y $\mathbb{R}$, enfatizando la relación de contención entre ellos.

Definiciones de *grupo* y *campo*.

Definición del sistema de los números complejos. (Operaciones: inversión, norma, conjugación. Forma polar. Teorema de D'Moivre. Exponenciación y extracción de raíces. Interpretaciones geométricas. La ecuación de segundo grado. Aplicaciones.)

4. Polinomios y teoría de ecuaciones (11 horas)

Polinomios en una variable.

Funciones polinomiales y su graficación.

Álgebra de polinomios. Algoritmo de la división. División sintética.

Teorema del residuo y teorema del factor.

Número de raíces, raíces múltiples y teorema fundamental del álgebra.

Raíces racionales.

Raíces irracionales. Un método para aproximarlas.

Raíces complejas.

Ecuaciones de segundo, tercer y cuarto grado.

5. Espacios vectoriales $\mathbb{R}^n$ (11 horas)

Motivación (geometría, fuerzas y desplazamientos, soluciones de sistemas de ecuaciones).

$\mathbb{R}^2$ y $\mathbb{R}^3$ como espacios vectoriales. Los espacios $\mathbb{R}^n$.

Ejemplos importantes de espacios vectoriales (polinomios, matrices, funciones).

Subespacios vectoriales.

Combinaciones lineales. Espacio generado.

Dependencia e independencia lineal, base y dimensión.

Norma, producto punto, ángulos y ortogonalidad.

Rectas. Planos.

Variedades lineales. Conjunto de soluciones de un sistemas de ecuaciones lineales interpretado como variedad lineal.

BIBLIOGRAFÍA

[1] H. Anton. *Álgebra lineal.* LIMUSA, 1986.*

[2] Asimov. *El reino de los números.* Diana.

[3] H. C. Bolivar. *Vectores y el espacio euclidiano tridimensional.* UNAM, 1978.*

[4] I. Copi. *Introduction to Logic.* Collier-McMillan.

[5] R. R. Christian. *Introduction to Logic and Sets.* Blaisdell Pub. Co.

[6] J. B. Fraleigh y R. A. Beauregard. *Álgebra lineal.* Addison-Wesley Iberoamericana, 1989.*

[7] H. Gerber. *Álgebra lineal.* Grupo Editorial Iberoamérica, 1992.*

[8] S.I. Grossman. *Álgebra lineal.* G. E. Iberoamérica, 1992.*

[9] F. E. Hohn. *Elementary matrix.* Mac.Millan, 1958.*

[10] F. E. Hohn. *Álgebra de matrices.* Trillas.

[11] A. G. Kurosh. *Curso de Álgebra superior.* MIR, Moscú, 1977.*

[12] N. C. of Teachers of Mathematics. *Lógica.* Trillas, 1972.*

[13] G. Polya. *Como plantear y resolver problemas.* Trillas,1976.

[14] P. K. Rees, F. W. Sparks. *Álgebra.* Reverté Mexicana, S. A.

[15] M. Richardson. *College Algebra.* Prentice-Hall, 1958.*

[16] P. Rider. *College Algebra.* Mac.Millan,1955.*

[17] P. Suppes. *Introducción a la lógica matemática.* Reverté, 1992.*

[18] J. V. Uspensky. *Teoría de ecuaciones.* Mc.Graw Hill, 1967.*

[19] M. J. Weiss. *Higher Algebra for the Undergraduate.* Wiley.

[20] G. Zubieta. *Lógica.* Trillas, 1982.*

* En biblioteca de la F.Q.

Archivos *PostScript* (de extensión .ps) conteniendo este documento y material de apoyo para el curso pueden obtenerse en la dirección
`http://cic2.iimas.unam.mx/~velarde/cursos/Algebra/indice.html`

Para desplegarlos en pantalla, el programa navegador requiere un visualizador de archivos *PostScript*, por ejemplo `ghostview`; también se pueden imprimir copiándolos a la máquina de trabajo y enviándolos a la impresora —actualmente es común que las impresoras procesen bien archivos de ese tipo.