

COMPORTAMIENTO MECANICO DE UNA VALVULA CARDIACA

A. Juárez y E.Sánchez

Inst. Cardiología

G. Cruz, A. Olvera, G. García, A. Minzoni

IIMAS-UNAM

G. Pulos

IIM-UNAM

Agosto de 2010

Instituto de Cardiología (Dr. Alejandro Juárez):

- Diseño, construcción y colocación de válvulas cardíacas de diseño propio.

Instituto de Cardiología (Dr. Alejandro Juárez):

- ▶ Diseño, construcción y colocación de válvulas cardíacas de diseño propio.
- ▶ Válvulas aórticas y ventriculares:

Instituto de Cardiología (Dr. Alejandro Juárez):

- ▶ Diseño, construcción y colocación de válvulas cardíacas de diseño propio.
- ▶ Válvulas aórticas y ventriculares:
- ▶ **Mecánicas:**

Instituto de Cardiología (Dr. Alejandro Juárez):

- ▶ Diseño, construcción y colocación de válvulas cardíacas de diseño propio.
- ▶ Válvulas aórticas y ventriculares:
- ▶ Mecánicas:
 - ▶ Esferas o válvulas rígidas.

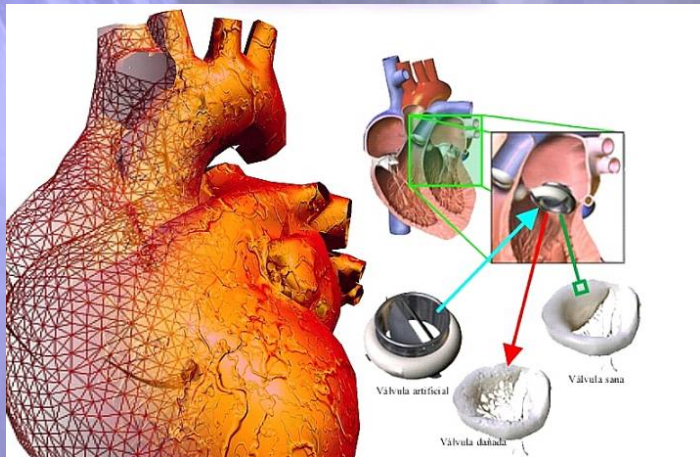
Instituto de Cardiología (Dr. Alejandro Juárez):

- ▶ Diseño, construcción y colocación de válvulas cardíacas de diseño propio.
- ▶ Válvulas aórticas y ventriculares:
- ▶ Mecánicas:
 - ▶ Esferas o válvulas rígidas.
 - ▶ Problemas de formación de trombos.

Instituto de Cardiología (Dr. Alejandro Juárez):

- ▶ Diseño, construcción y colocación de válvulas cardíacas de diseño propio.
- ▶ Válvulas aórticas y ventriculares:
- ▶ Mecánicas:
 - ▶ Esferas o válvulas rígidas.
 - ▶ Problemas de formación de trombos.
 - ▶ **Anticoagulantes.**

Válvulas mecánicas



► Biológicas:



- ▶ Biológicas:
 - ▶ Tienen la forma natural.



- ▶ Biológicas:
 - ▶ Tienen la forma natural.
 - ▶ Pericardio vacuno.



- ▶ Biológicas:
 - ▶ Tienen la forma natural.
 - ▶ Pericardio vacuno.
 - ▶ Problemas de calcificación.



- ▶ Biológicas:
 - ▶ Tienen la forma natural.
 - ▶ Pericardio vacuno.
 - ▶ Problemas de calcificación.
 - ▶ **Rompimiento del tejido.**



- Costo de válvulas comerciales $\implies$ \$ 2,000 dolares.

- ▶ Costo de válvulas comerciales $\Rightarrow$ \$ 2,000 dolares.
- ▶ Costo de las válvulas propias $\Rightarrow$ \$ 200 dolares.

- ▶ Costo de válvulas comerciales $\implies$ \$ 2,000 dolares.
- ▶ Costo de las válvulas propias $\implies$ \$ 200 dolares.
- ▶ Las válvulas deben de tener una validación para tener autorización de colocarlas.

- ▶ Las válvulas comerciales tienen varios protocolos de validación.

- ▶ Las válvulas comerciales tienen varios protocolos de validación.
 - ▶ Pruebas biológicas

- ▶ Las válvulas comerciales tienen varios protocolos de validación.
 - ▶ Pruebas biológicas
 - ▶ Pruebas mecánicas

- ▶ Las válvulas comerciales tienen varios protocolos de validación.
 - ▶ Pruebas biológicas
 - ▶ Pruebas mecánicas
 - ▶ Pruebas estáticas.

- ▶ Las válvulas comerciales tienen varios protocolos de validación.
 - ▶ Pruebas biológicas
 - ▶ Pruebas mecánicas
 - ▶ Pruebas estáticas.
 - ▶ Pruebas de esfuerzos.

- ▶ Las válvulas comerciales tienen varios protocolos de validación.
 - ▶ Pruebas biológicas
 - ▶ Pruebas mecánicas
 - ▶ Pruebas estáticas.
 - ▶ Pruebas de esfuerzos.
 - ▶ Prueba de fatiga acelerada: 1 mes = 20 años.

Problema real: Estudio del comportamiento de una prótesis cardiaca a tiempos largos

- ▶ Válvulas con anillo elástico donde se sujeta la válvula.

Problema real: Estudio del comportamiento de una prótesis cardiaca a tiempos largos

- ▶ Válvulas con anillo elástico donde se sujeta la válvula.
- ▶ ¿Cuál es la razón de que una válvula falle?

Problema real: Estudio del comportamiento de una prótesis cardiaca a tiempos largos

- ▶ Válvulas con anillo elástico donde se sujeta la válvula.
- ▶ ¿Cuál es la razón de que una válvula falle?
- ▶ ¿Qué determina la durabilidad de una válvula?

Problema real: Estudio del comportamiento de una prótesis cardiaca a tiempos largos

- ▶ Válvulas con anillo elástico donde se sujeta la válvula.
- ▶ ¿Cuál es la razón de que una válvula falle?
- ▶ ¿Qué determina la durabilidad de una válvula?
- ▶ ¿Es posible dar una escala de tiempo donde la válvula no falle?

Problema real: Estudio del comportamiento de una prótesis cardiaca a tiempos largos

- ▶ Válvulas con anillo elástico donde se sujeta la válvula.
- ▶ ¿Cuál es la razón de que una válvula falle?
- ▶ ¿Qué determina la durabilidad de una válvula?
- ▶ ¿Es posible dar una escala de tiempo donde la válvula no falle?
- ▶ ¿Cómo modifica el anillo elástico la esperanza de vida de la válvula?

Aspectos mecánicos y químicos de la válvula:

- ▶ Modo de fijación al músculo cardiaco.

Aspectos mecánicos y químicos de la válvula:

- ▶ Modo de fijación al músculo cardiaco.
- ▶ Variación de sus constantes elásticas:

Aspectos mecánicos y químicos de la válvula:

- ▶ Modo de fijación al músculo cardiaco.
- ▶ Variación de sus constantes elásticas:
 - ▶ Degradación mecánica: variación de las condiciones dinámicas.

Aspectos mecánicos y químicos de la válvula:

- ▶ Modo de fijación al músculo cardiaco.
- ▶ Variación de sus constantes elásticas:
 - ▶ Degradación mecánica: variación de las condiciones dinámicas.
 - ▶ Degradación química: Captura de calcio y rigidización del tejido.

Condiciones dinámicas:

- Variaciones de presión, flujo oscilante.

Condiciones dinámicas:

- ▶ Variaciones de presión, flujo oscilante.
- ▶ Aumento de esfuerzos en el tejido.

Captura de calcio:

- ▶ Depósito electroquímico.

Captura de calcio:

- ▶ Depósito electroquímico.
- ▶ Muy especulativo.

Primeras pruebas en el laboratorio (G. Pulos):

- ▶ Pruebas de elongación de manera periódica del pericardio.

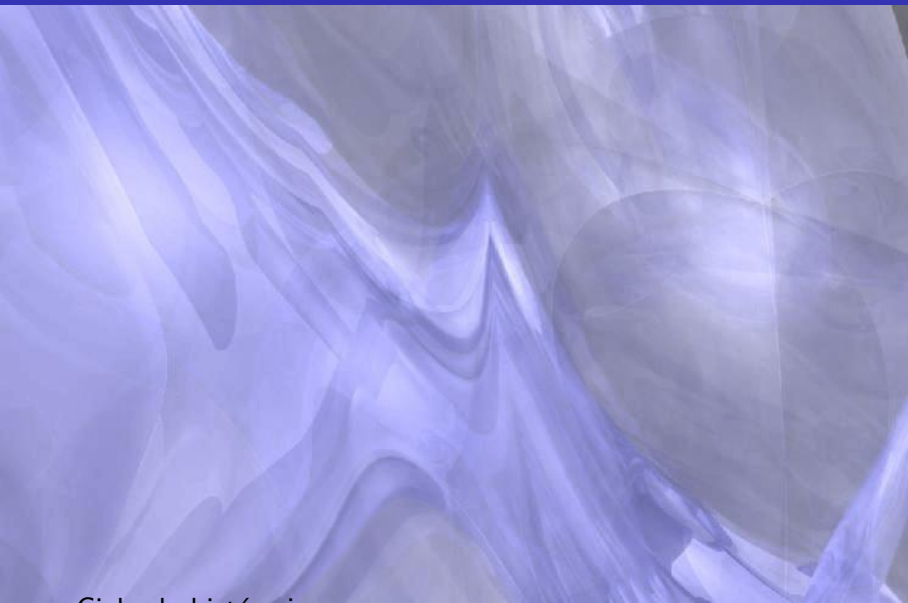
Primeras pruebas en el laboratorio (G. Pulos):

- ▶ Pruebas de elongación de manera periódica del pericardio.
- ▶ Pruebas en seco y en suero.

Primeras pruebas en el laboratorio (G. Pulos):

- ▶ Pruebas de elongación de manera periódica del pericardio.
- ▶ Pruebas en seco y en suero.
- ▶ **Determinación de las fuerzas elásticas del material.**

Primeras pruebas en el laboratorio (G. Pulos):



Ciclo de histéresis

Primeras pruebas en el laboratorio (G. Pulos):

- ▶ Registro de pruebas de tracción.

Primeras pruebas en el laboratorio (G. Pulos):

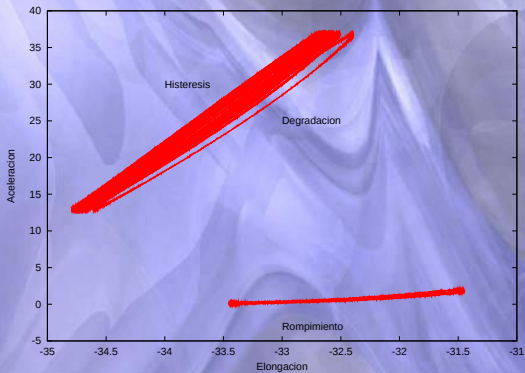
- ▶ Registro de pruebas de tracción.
- ▶ Elongación forzada

Primeras pruebas en el laboratorio (G. Pulos):

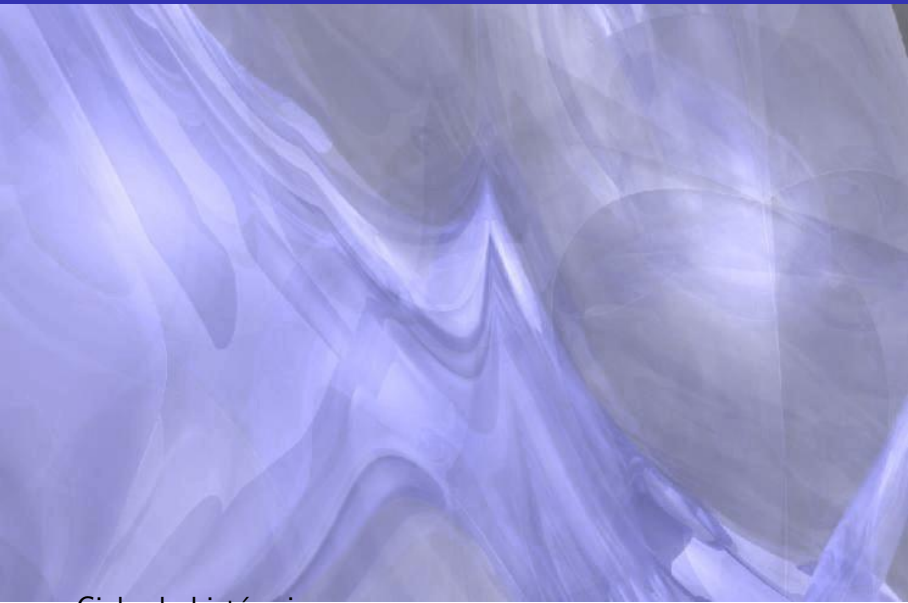
- ▶ Registro de pruebas de tracción.
- ▶ Elongación forzada

Primeras pruebas en el laboratorio (G. Pulos):

- ▶ Registro de pruebas de tracción.
- ▶ Elongación forzada

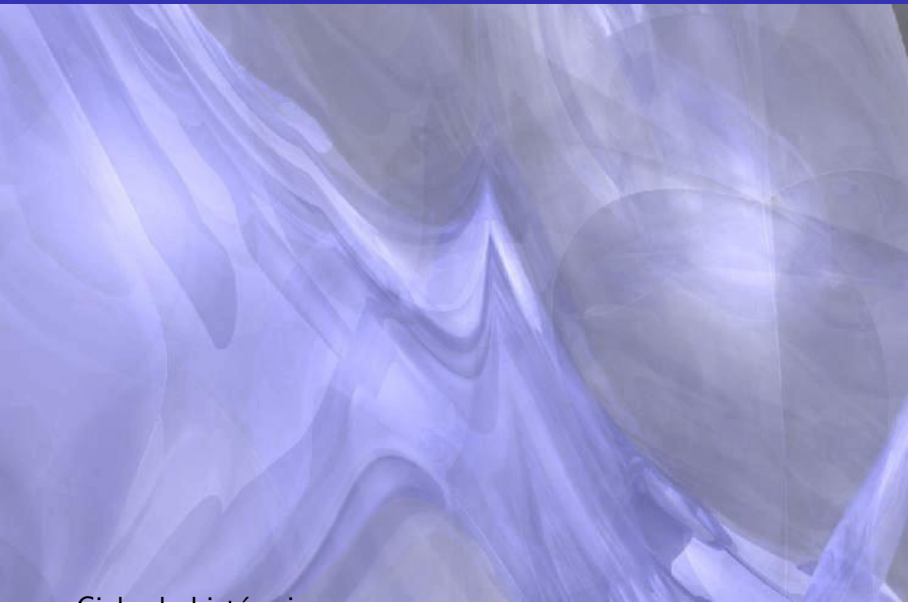


Tracción y ciclo de histéresis



Ciclo de histéresis

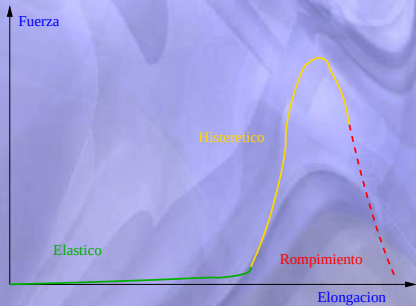
Aumento de la histéresis y rompimiento



Ciclo de histéresis

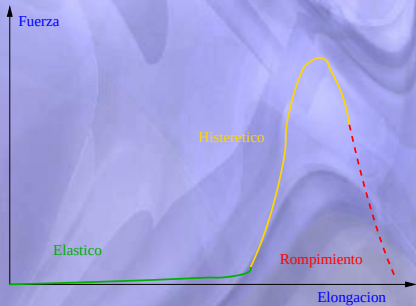
Resultados experimentales:

- Comportamiento muy no lineal del tejido.



Resultados experimentales:

- Comportamiento muy no lineal del tejido.
- Resorte flácido para pequeñas oscilaciones $k \ll 1$.



Modelo simple de una valva de la válvula:

- Modelo unidimensional.



Modelo simple de una valva de la válvula:

- ▶ Modelo unidimensional.
- ▶ **Modelo discreto:**

Modelo simple de una valva de la válvula:

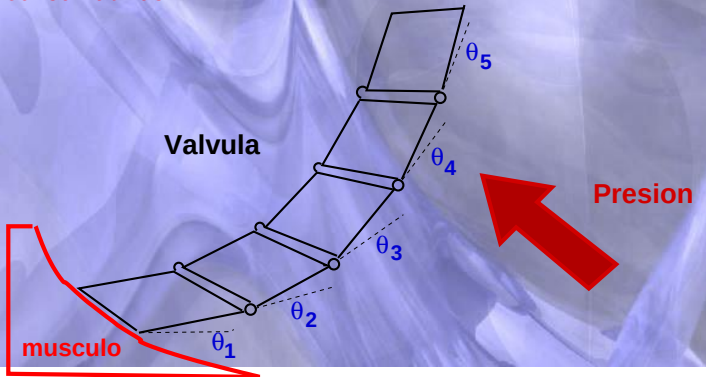
- ▶ Modelo unidimensional.
- ▶ Modelo discreto:
 - ▶ Cadena de eslabones de masa m_i , $i = 1, \dots, N$

Modelo simple de una valva de la válvula:

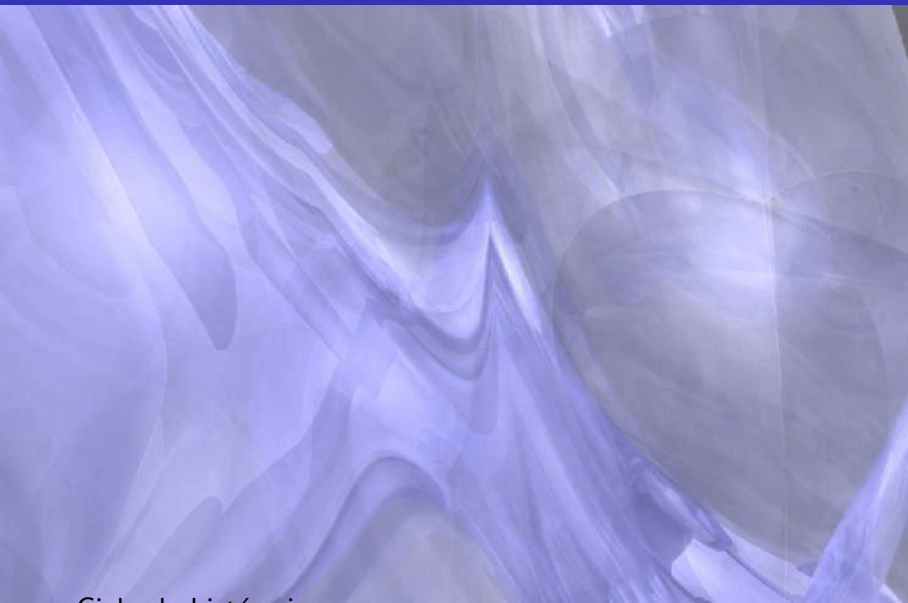
- ▶ Modelo unidimensional.
- ▶ Modelo discreto:
 - ▶ Cadena de eslabones de masa m_i , $i = 1, \dots, N$
 - ▶ Variables: ángulo de flexión θ_i .

Modelo simple de una valva de la válvula:

- ▶ Modelo unidimensional.
- ▶ Modelo discreto:
 - ▶ Cadena de eslabones de masa m_i , $i = 1, \dots, N$
 - ▶ Variables: ángulo de flexión θ_i .
 - ▶ Fuerzas restitutivas de la posición $F_i(\theta_i)$ no conservativas.



Modelo de cadena de eslabones



Ciclo de histéresis

- Histéresis: Modelo lineal a trozos.

$$F_i(\theta_i) = \begin{cases} k_i \theta_i - a_i & \text{si } \dot{\theta}_i > 0, \\ k_i \theta_i + a_i & \text{si } \dot{\theta}_i < 0. \end{cases}$$

- Histéresis: Modelo lineal a trozos.

$$F_i(\theta_i) = \begin{cases} k_i\theta_i - a_i & \text{si } \dot{\theta}_i > 0 , \\ k_i\theta_i + a_i & \text{si } \dot{\theta}_i < 0 . \end{cases}$$

- Presión del flujo → Forzamiento periódico.

- Histéresis: Modelo lineal a trozos.

$$F_i(\theta_i) = \begin{cases} k_i\theta_i - a_i & \text{si } \dot{\theta}_i > 0, \\ k_i\theta_i + a_i & \text{si } \dot{\theta}_i < 0. \end{cases}$$

- Presión del flujo → Forzamiento periódico.
- Ecuación de movimiento de cada segmento:

$$m_i\ddot{\theta}_i = F_{i+1}(\theta_{i+1} - \theta_i) - F_i(\theta_i - \theta_{i-1})$$
$$i = 2, 3, \dots, N - 2$$

- Condiciones de frontera en la pared:

$$m_1 \ddot{\theta}_1 = F_2(\theta_2 - \theta_1) - k_A \theta_1$$

- Condiciones de frontera en la pared:

$$m_1 \ddot{\theta}_1 = F_2(\theta_2 - \theta_1) - k_A \theta_1$$

- Constante elástica del anillo $\rightarrow k_A$

- ▶ Condiciones de frontera en la pared:

$$m_1 \ddot{\theta}_1 = F_2(\theta_2 - \theta_1) - k_A \theta_1$$

- ▶ Constante elástica del anillo $\rightarrow k_A$

- ▶ Condiciones de frontera libre:

$$m_N \ddot{\theta}_N = -F_N(\theta_N - \theta_{N-1}) + p_0 A \cos(\omega t)$$

- ▶ Condiciones de frontera en la pared:

$$m_1 \ddot{\theta}_1 = F_2(\theta_2 - \theta_1) - k_A \theta_1$$

- ▶ Constante elástica del anillo $\rightarrow k_A$
- ▶ Condiciones de frontera libre:

$$m_N \ddot{\theta}_N = -F_N(\theta_N - \theta_{N-1}) + p_0 A \cos(\omega t)$$

- ▶ Amplitud de forzamiento $\rightarrow p_0 A$

Modelo de degradación del material

► Histéresis:

Modelo de degradación del material

- ▶ Histéresis:
 - ▶ La energía disipada cambia la estructura del material.

Modelo de degradación del material

- ▶ Histéresis:
 - ▶ La energía disipada cambia la estructura del material.
 - ▶ La histéresis disipa energía.

Modelo de degradación del material

- ▶ Histéresis:
 - ▶ La energía disipada cambia la estructura del material.
 - ▶ La histéresis disipa energía.
 - ▶ La constantes elásticas se relajan ($k \rightarrow 0$).

Modelo de degradación del material

► Histéresis:

- La energía disipada cambia la estructura del material.
- La histéresis disipa energía.
- La constantes elásticas se relajan ($k \rightarrow 0$).
- $\frac{dk}{dt} = -\sigma \times \text{Area del ciclo de histéresis}$

► Calcificación:

► Calcificación:

- El aumento del calcio en el material rigidiza al material ($k \rightarrow \infty$).

- ▶ Calcificación:
 - ▶ El aumento del calcio en el material rigidiza al material ($k \rightarrow \infty$).
- ▶ Interacción:

- ▶ Calcificación:
 - ▶ El aumento del calcio en el material rigidiza al material ($k \rightarrow \infty$).
- ▶ Interacción:
 - ▶ La extensión del materia aumenta la captación de calcio.

► Calcificación:

- El aumento del calcio en el material rigidiza al material ($k \rightarrow \infty$).

► Interacción:

- La extensión del materia aumenta la captación de calcio.
- $\frac{dk_c}{dt} = \rho \times \text{cambio de extensión del material/segundo}$

Modelo simplificado de tres resortes:

Bloque de elementos dañados (saturación de calcio)

Modelo simplificado de tres resortes:

Bloque de elementos dañados (saturación de calcio)

+

Modelo simplificado de tres resortes:

Bloque de elementos dañados (saturación de calcio)

+

Amarre al anillo elástico

Modelo simplificado de tres resortes:

Bloque de elementos dañados (saturación de calcio)

+

Amarre al anillo elástico

$$m_1 \ddot{\theta}_1 + k_1 \theta_1 - F_2(\theta_2 - \theta_1) = 0$$

$$k_1 = \frac{k_c k_A}{k_c + k_A}$$

Modelo simplificado de tres resortes:

Bloque de elementos dañados (saturación de calcio)

+

Amarre al anillo elástico

$$m_1 \ddot{\theta}_1 + k_1 \theta_1 - F_2(\theta_2 - \theta_1) = 0$$

$$k_1 = \frac{k_c k_A}{k_c + k_A}$$

Bloque de elementos no dañados

Modelo simplificado de tres resortes:

Bloque de elementos dañados (saturación de calcio)

+

Amarre al anillo elástico

$$m_1 \ddot{\theta}_1 + k_1 \theta_1 - F_2(\theta_2 - \theta_1) = 0$$

$$k_1 = \frac{k_c k_A}{k_c + k_A}$$

Bloque de elementos no dañados

+

Modelo simplificado de tres resortes:

Bloque de elementos dañados (saturación de calcio)

+

Amarre al anillo elástico

$$m_1 \ddot{\theta}_1 + k_1 \theta_1 - F_2(\theta_2 - \theta_1) = 0$$

$$k_1 = \frac{k_c k_A}{k_c + k_A}$$

Bloque de elementos no dañados

+

Forzamiento del fluido

Modelo simplificado de tres resortes:

Bloque de elementos dañados (saturación de calcio)

+

Amarre al anillo elástico

$$m_1 \ddot{\theta}_1 + k_1 \theta_1 - F_2(\theta_2 - \theta_1) = 0$$

$$k_1 = \frac{k_c k_A}{k_c + k_A}$$

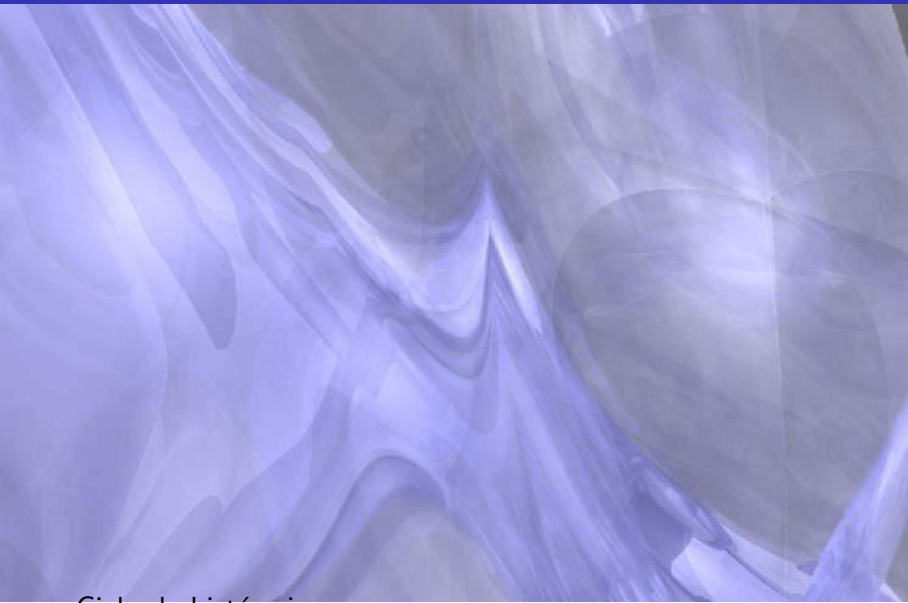
Bloque de elementos no dañados

+

Forzamiento del fluido

$$m_2 \ddot{\theta}_2 + F_2(\theta_2 - \theta_1) = p_0 A \cos(\omega t)$$

Oscilación de las dos placas y el ciclo límite



Ciclo de histéresis

Calcificación del elemento dañado (k_c):

Calcificación del elemento dañado (k_c):

$$\frac{dk_c}{dt} = \frac{\rho}{T} \int_0^T \left(\dot{\theta}_1 \right)^+ dt$$

Calcificación del elemento dañado (k_c):

$$\frac{dk_c}{dt} = \frac{\rho}{T} \int_0^T \left(\dot{\theta}_1 \right)^+ dt$$

Relajación del medio no dañado

Calcificación del elemento dañado (k_c):

$$\frac{dk_c}{dt} = \frac{\rho}{T} \int_0^T \left(\dot{\theta}_1 \right)^+ dt$$

Relajación del medio no dañado

$$\frac{dk_2}{dt} = -\frac{\sigma}{T} \int_0^T F(\theta_2 - \theta_1) \left(\dot{\theta}_2 - \dot{\theta}_1 \right) dt$$

Exploración de la dinámica del modelo

- Modelo no lineal (histéresis)

Exploración de la dinámica del modelo

- ▶ Modelo no lineal (histéresis)
- ▶ Parámetros pequeños: a , σ , ρ mucho menores que ω .

Exploración de la dinámica del modelo

- ▶ Modelo no lineal (histéresis)
- ▶ Parámetros pequeños: a , σ , ρ mucho menores que ω .
- ▶ Método de promedios:

Exploración de la dinámica del modelo

- ▶ Modelo no lineal (histéresis)
- ▶ Parámetros pequeños: a , σ , ρ mucho menores que ω .
- ▶ Método de promedios:
 - ▶ Suponer k_1 , k_2 constantes y $a = 0$ (sistema lineal)

Exploración de la dinámica del modelo

- ▶ Modelo no lineal (histéresis)
- ▶ Parámetros pequeños: a , σ , ρ mucho menores que ω .
- ▶ Método de promedios:
 - ▶ Suponer k_1 , k_2 constantes y $a = 0$ (sistema lineal)
 - ▶ Solución (lineal) $\rightarrow$ ciclo límite

$$\begin{pmatrix} \theta_1^p \\ \theta_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix} \cos(\omega t)$$

Exploración de la dinámica del modelo

- ▶ Modelo no lineal (histéresis)
- ▶ Parámetros pequeños: a , σ , ρ mucho menores que ω .
- ▶ Método de promedios:
 - ▶ Suponer k_1 , k_2 constantes y $a = 0$ (sistema lineal)
 - ▶ Solución (lineal) $\rightarrow$ ciclo límite

$$\begin{pmatrix} \theta_1^p \\ \theta_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix} \cos(\omega t)$$

- ▶ p y q satisfacen la ecuación:

$$\begin{pmatrix} \omega^2 - \frac{k_1+k_2}{m_1} & -\frac{k_2}{m_1} \\ -\frac{k_2}{m_1} & \omega^2 - \frac{k_2}{m_1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ B \end{pmatrix}$$

siendo $B = \frac{p_0 A}{m_1}$

► Método de promedios:

► Método de promedios:

► Solución, suponiendo $k_1 \gg k_2$:

$$q = \frac{B}{\omega^2 - \frac{k_2}{m_1}} \left(1 + \frac{k_2^2/m_1}{\omega^2 - \left(\frac{k_1}{m_1} + \frac{k_2}{m_1} \right)} \right) \quad p = \frac{k_2 B/m_1}{\left(\omega^2 - \frac{k_1}{m_1} \right) \omega^2}$$

► Método de promedios:

- Solución, suponiendo $k_1 \gg k_2$:

$$q = \frac{B}{\omega^2 - \frac{k_2}{m_1}} \left(1 + \frac{k_2^2/m_1}{\omega^2 - \left(\frac{k_1}{m_1} + \frac{k_2}{m_1} \right)} \right) \quad p = \frac{k_2 B / m_1}{\left(\omega^2 - \frac{k_1}{m_1} \right) \omega^2}$$

- Donde $q \gg p$ y $k_1 \uparrow \Rightarrow q \uparrow$

► Método de promedios:

- Solución, suponiendo $k_1 \gg k_2$:

$$q = \frac{B}{\omega^2 - \frac{k_2}{m_1}} \left(1 + \frac{k_2^2/m_1}{\omega^2 - \left(\frac{k_1}{m_1} + \frac{k_2}{m_1} \right)} \right) \quad p = \frac{k_2 B / m_1}{\left(\omega^2 - \frac{k_1}{m_1} \right) \omega^2}$$

- Donde $q \gg p$ y $k_1 \uparrow \Rightarrow q \uparrow$

► Histéresis:

► Método de promedios:

- Solución, suponiendo $k_1 \gg k_2$:

$$q = \frac{B}{\omega^2 - \frac{k_2}{m_1}} \left(1 + \frac{k_2^2/m_1}{\omega^2 - \left(\frac{k_1}{m_1} + \frac{k_2}{m_1} \right)} \right) \quad p = \frac{k_2 B / m_1}{\left(\omega^2 - \frac{k_1}{m_1} \right) \omega^2}$$

- Donde $q \gg p$ y $k_1 \uparrow \Rightarrow q \uparrow$
- Histéresis:
- Solo se considera a θ_2 histerérica ($k_1 \gg k_2$)

► Método de promedios:

- Solución, suponiendo $k_1 \gg k_2$:

$$q = \frac{B}{\omega^2 - \frac{k_2}{m_1}} \left(1 + \frac{k_2^2/m_1}{\omega^2 - \left(\frac{k_1}{m_1} + \frac{k_2}{m_1} \right)} \right) \quad p = \frac{k_2 B / m_1}{\left(\omega^2 - \frac{k_1}{m_1} \right) \omega^2}$$

- Donde $q \gg p$ y $k_1 \uparrow \Rightarrow q \uparrow$
- Histéresis:
- Solo se considera a θ_2 histerética ($k_1 \gg k_2$)
 - Se debe incluir la solución homogénea histerética (solución amortiguada):

$$\begin{array}{ll} h^+(t) & \text{si } \dot{\theta}_2 > 0 \\ h^-(t) & \text{si } \dot{\theta}_2 < 0 \end{array}$$

► Método de promedios:

- Solución, suponiendo $k_1 \gg k_2$:

$$q = \frac{B}{\omega^2 - \frac{k_2}{m_1}} \left(1 + \frac{k_2^2/m_1}{\omega^2 - \left(\frac{k_1}{m_1} + \frac{k_2}{m_1} \right)} \right) \quad p = \frac{k_2 B / m_1}{\left(\omega^2 - \frac{k_1}{m_1} \right) \omega^2}$$

- Donde $q \gg p$ y $k_1 \uparrow \Rightarrow q \uparrow$

► Histéresis:

- Solo se considera a θ_2 histerética ($k_1 \gg k_2$)
- Se debe incluir la solución homogénea histerética (solución amortiguada):

$$\begin{aligned} h^+(t) & \quad \text{si } \dot{\theta}_2 > 0 \\ h^-(t) & \quad \text{si } \dot{\theta}_2 < 0 \end{aligned}$$

- Ciclo límite: matching de la solución homogénea y particular en un ciclo ($\theta_2(\frac{2\pi}{\omega}) = \theta_2(0)$)

Estimación de $\frac{dk_2}{dt}$

- Cálculo de la energía disipada:

Estimación de $\frac{dk_2}{dt}$

- Cálculo de la energía disipada:
 - Integral de trabajo

$$\int_0^{2\pi/\omega_1} F(\theta_2 - \theta_1) \times (\dot{\theta}_2 - \dot{\theta}_1) dt$$

Estimación de $\frac{dk_2}{dt}$

- ▶ Cálculo de la energía disipada:
 - ▶ Integral de trabajo

$$\int_0^{2\pi/\omega_1} F(\theta_2 - \theta_1) \times (\dot{\theta}_2 - \dot{\theta}_1) dt$$

- ▶ Consideramos a θ_2 el ciclo límite histerético y θ_1 la solución lineal.

► Cambio de k_2 :

► Cambio de k_2 :

► Proporcional a: — *<promedio del trabajo>*

► Cambio de k_2 :

- Proporcional a: — $\langle \text{promedio del trabajo} \rangle$
- Considerando $\omega \gg k_2/m_1$:

$$\frac{dk_2}{dt} = -\frac{4Bam_1^2}{k_2^2 m_1^2} \left(1 - \frac{\left(\frac{k_2}{m_1} \right)^2}{\Lambda} \right)$$

$$\Lambda = \omega^2 - \frac{k_1}{m_1} \quad k_1 = \frac{k_A k_c}{k_A + k_c}$$

Dinámica sin anillo elástico: $k_A \rightarrow \infty$

► Si $k_c \uparrow \Rightarrow \Lambda \uparrow$

Dinámica sin anillo elástico: $k_A \rightarrow \infty$

- ▶ Si $k_c \uparrow \Rightarrow \Lambda \uparrow$
- ▶ Ecuación de k_2

$$\frac{1}{\Lambda + (k_2^2/m_1)} \left(\frac{k_2}{m_1} \right)^2 \frac{d}{dt} \left(\frac{k_2}{m_1} \right) = -\frac{4Ba}{m_1} = -\mu$$

Dinámica sin anillo elástico: $k_A \rightarrow \infty$

- ▶ Si $k_c \uparrow \Rightarrow \Lambda \uparrow$
- ▶ Ecuación de k_2

$$\frac{1}{\Lambda + (k_2^2/m_1)} \left(\frac{k_2}{m_1} \right)^2 \frac{d}{dt} \left(\frac{k_2}{m_1} \right) = -\frac{4Ba}{m_1} = -\mu$$

- ▶ Solución

$$\frac{k_2(s)}{m_1} - \sqrt{\Lambda} \arctan \left(\frac{k_2(s)}{m_1 \sqrt{\Lambda}} \right) \Big|_0^t = -\mu t$$

Dinámica sin anillo elástico: $k_A \rightarrow \infty$

- ▶ Si $k_c \uparrow \Rightarrow \Lambda \uparrow$
- ▶ Ecuación de k_2

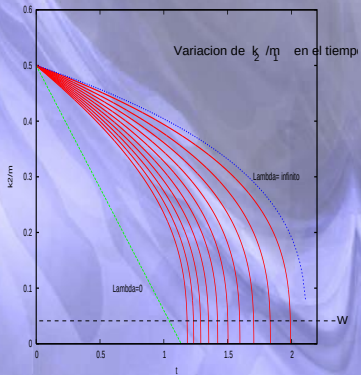
$$\frac{1}{\Lambda + (k_2^2/m_1)} \left(\frac{k_2}{m_1} \right)^2 \frac{d}{dt} \left(\frac{k_2}{m_1} \right) = -\frac{4Ba}{m_1} = -\mu$$

- ▶ Solución

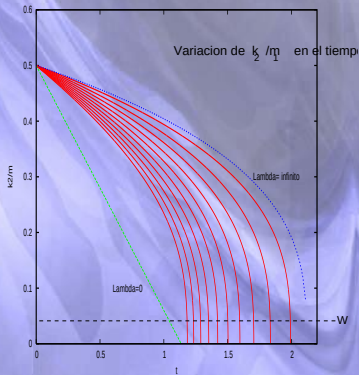
$$\frac{k_2(s)}{m_1} - \sqrt{\Lambda} \arctan \left(\frac{k_2(s)}{m_1 \sqrt{\Lambda}} \right) \Big|_0^t = -\mu t$$

- ▶ k_2 se anula en tiempo finito t_z

- Si $\Lambda = 0$, el tiempo $t_z = \frac{k_2(0)}{m_1\mu}$



- Si $\Lambda = 0$, el tiempo $t_z = \frac{k_2(0)}{m_1\mu}$

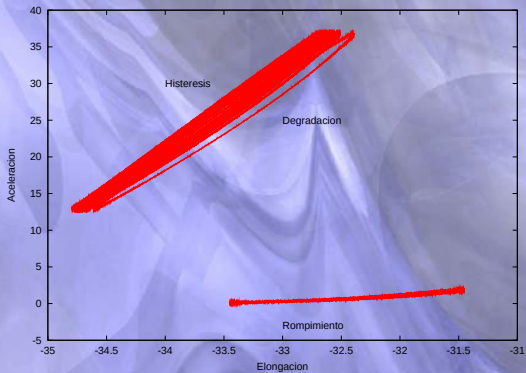


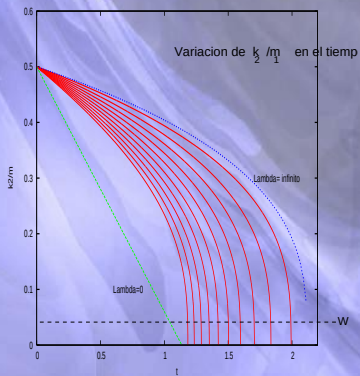
- Si $\Lambda \rightarrow \infty$

$$\frac{k_2(t)}{m_1} = \left(\left(\frac{k_2(0)}{m_1} \right)^3 - \mu t \right)^{1/3}$$

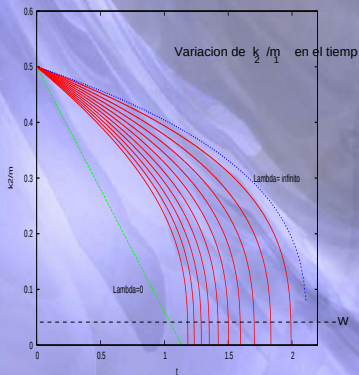
► $\frac{dk_2}{dt} \ll 0$ si $k_2 \rightarrow 0$

- ▶ $\frac{dk_2}{dt} \ll 0$ si $k_2 \rightarrow 0$
- ▶ Experimentos: (G. Pulos)





► Antes del rompimiento $\Rightarrow$ resorte **muy** flácido



- ▶ Antes del rompimiento $\Rightarrow$ resorte **muy** flácido
- ▶ Umbral de ruptura: Si $\frac{k_2}{m_1} < W_R \Rightarrow$ Rompimiento

Efecto del anillo en el retardo del rompimiento

- La rigidez del anillo k_A limita a k_1 :

$$k_1 = \frac{k_A k_c}{k_A + k_c}$$

Efecto del anillo en el retardo del rompimiento

- ▶ La rigidez del anillo k_A limita a k_1 :

$$k_1 = \frac{k_A k_c}{k_A + k_c}$$

- ▶ Si $k_c \rightarrow \infty \Rightarrow k_1 \rightarrow k_A$

Efecto del anillo en el retardo del rompimiento

- ▶ La rigidez del anillo k_A limita a k_1 :

$$k_1 = \frac{k_A k_c}{k_A + k_c}$$

- ▶ Si $k_c \rightarrow \infty \Rightarrow k_1 \rightarrow k_A$
- ▶ $k_1 \downarrow \Rightarrow \Lambda \uparrow \Rightarrow$ Tiempo de ruptura mayor

► Tiempo de ruptura en función de Λ

$$\frac{dT}{d\Lambda} = \frac{1}{\mu} \left\{ \frac{\left(\Lambda + \left(\frac{W_R}{m_1} \right)^2 \right) \arctan \left(\frac{W_R}{m_1 \sqrt{\Lambda}} \right) - \frac{W_R}{m_1 \sqrt{\Lambda}}}{\sqrt{\Lambda} (\Lambda + (W_R/m_1)^2)} - \frac{\left(\Lambda + \left(\frac{k_2(0)}{m_1} \right)^2 \right) \arctan \left(\frac{k_2(0)}{m_1 \sqrt{\Lambda}} \right) - \frac{W_R}{m_1 \sqrt{\Lambda}}}{\sqrt{\Lambda} (\Lambda + (k_2(0)/m_1)^2)} \right\}$$

- Tiempo de ruptura en función de Λ

$$\frac{dT}{d\Lambda} = \frac{1}{\mu} \left\{ \frac{\left(\Lambda + \left(\frac{W_R}{m_1} \right)^2 \right) \arctan \left(\frac{W_R}{m_1 \sqrt{\Lambda}} \right) - \frac{W_R}{m_1 \sqrt{\Lambda}}}{\sqrt{\Lambda} (\Lambda + (W_R/m_1)^2)} - \frac{\left(\Lambda + \left(\frac{k_2(0)}{m_1} \right)^2 \right) \arctan \left(\frac{k_2(0)}{m_1 \sqrt{\Lambda}} \right) - \frac{W_R}{m_1 \sqrt{\Lambda}}}{\sqrt{\Lambda} (\Lambda + (k_2(0)/m_1)^2)} \right\}$$

- Si $\Lambda \rightarrow 0 \Rightarrow \frac{dT}{d\Lambda} > 0$

- Tiempo de ruptura en función de Λ

$$\frac{dT}{d\Lambda} = \frac{1}{\mu} \left\{ \frac{\left(\Lambda + \left(\frac{W_R}{m_1} \right)^2 \right) \arctan \left(\frac{W_R}{m_1 \sqrt{\Lambda}} \right) - \frac{W_R}{m_1 \sqrt{\Lambda}}}{\sqrt{\Lambda} (\Lambda + (W_R/m_1)^2)} - \frac{\left(\Lambda + \left(\frac{k_2(0)}{m_1} \right)^2 \right) \arctan \left(\frac{k_2(0)}{m_1 \sqrt{\Lambda}} \right) - \frac{W_R}{m_1 \sqrt{\Lambda}}}{\sqrt{\Lambda} (\Lambda + (k_2(0)/m_1)^2)} \right\}$$

- Si $\Lambda \rightarrow 0 \Rightarrow \frac{dT}{d\Lambda} > 0$
- Si $\Lambda \rightarrow \infty \Rightarrow \frac{dT}{d\Lambda} < 0$

- Tiempo de ruptura en función de Λ

$$\frac{dT}{d\Lambda} = \frac{1}{\mu} \left\{ \frac{\left(\Lambda + \left(\frac{W_R}{m_1} \right)^2 \right) \arctan \left(\frac{W_R}{m_1 \sqrt{\Lambda}} \right) - \frac{W_R}{m_1 \sqrt{\Lambda}}}{\sqrt{\Lambda} (\Lambda + (W_R/m_1)^2)} - \frac{\left(\Lambda + \left(\frac{k_2(0)}{m_1} \right)^2 \right) \arctan \left(\frac{k_2(0)}{m_1 \sqrt{\Lambda}} \right) - \frac{W_R}{m_1 \sqrt{\Lambda}}}{\sqrt{\Lambda} (\Lambda + (k_2(0)/m_1)^2)} \right\}$$

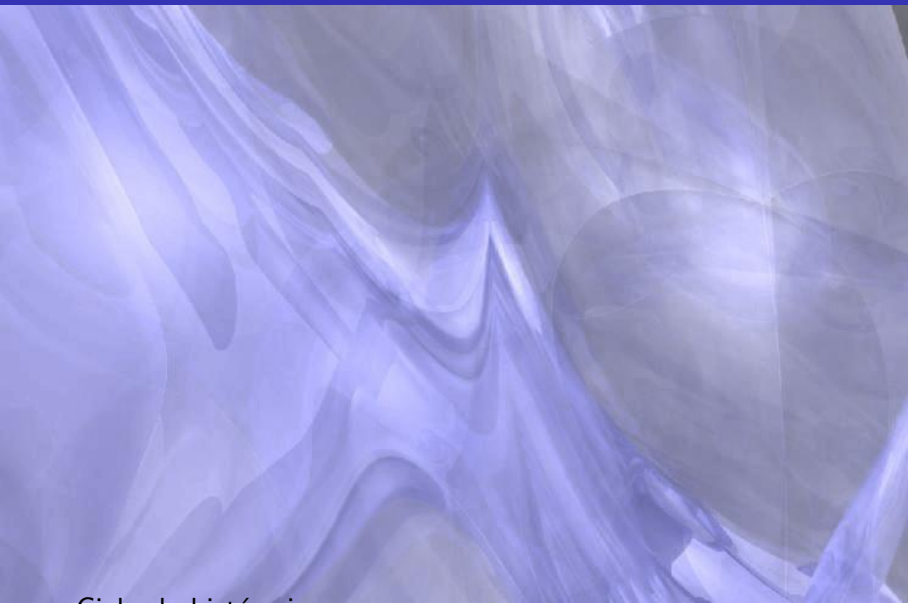
- Si $\Lambda \rightarrow 0 \Rightarrow \frac{dT}{d\Lambda} > 0$
- Si $\Lambda \rightarrow \infty \Rightarrow \frac{dT}{d\Lambda} < 0$
- Debe existir Λ^* tal que $T(\Lambda)$ alcanza su máximo

Efecto del calcio en la rigidez de k_c

- El cambio de k_c es proporcional al trabajo en un ciclo

$$\frac{dk_c}{dt} = \frac{\rho}{T} \int_0^T \left(\dot{\theta}_1 \right)^+ dt = \frac{\rho}{2} \frac{Bk_2}{\Lambda}$$

Cambio de la histéresis y la calcificación



Ciclo de histéresis

- Como $\Lambda = \omega^2 - \frac{k_A k_c}{k_A + k_c}$ podemos integrar k_c en función del tiempo

- ▶ Como $\Lambda = \omega^2 - \frac{k_A k_c}{k_A + k_c}$ podemos integrar k_c en función del tiempo

- ▶ Si k_A grande $\Rightarrow$ anillo rígido $\Rightarrow$:

$$k_c(t) = \omega^2 - (\omega^2 - k_c(0)) \exp\left(-\frac{\rho}{2} B k_2 t\right)$$

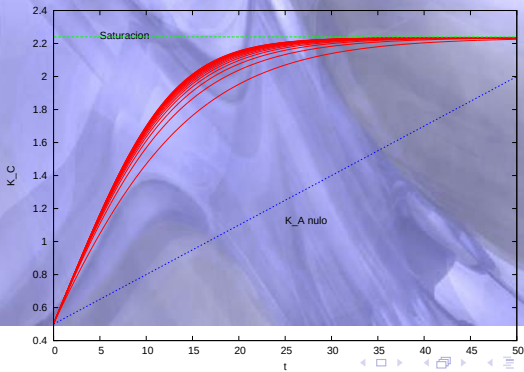
- ▶ Como $\Lambda = \omega^2 - \frac{k_A k_c}{k_A + k_c}$ podemos integrar k_c en función del tiempo

- ▶ Si k_A grande $\Rightarrow$ anillo rígido $\Rightarrow$:

$$k_c(t) = \omega^2 - (\omega^2 - k_c(0)) \exp\left(-\frac{\rho}{2} B k_2 t\right)$$

- ▶ Si k_A pequeño $\Rightarrow$ anillo flexible $\Rightarrow$:

$$k_c(t) = k_c(0) + \frac{\rho}{2\omega^2} B k_2 t$$



► Saturación de calcio en la membrana

$$\frac{dk_c}{dt} = \begin{cases} \frac{\rho}{2} \frac{Bk_2}{\Lambda} - \mu k_c^2 & \text{elongacion} > E_c \\ 0 & \text{elongacion} < E_c \end{cases}$$

- Saturación de calcio en la membrana

$$\frac{dk_c}{dt} = \begin{cases} \frac{\rho}{2} \frac{Bk_2}{\Lambda} - \mu k_c^2 & \text{elongacion} > E_c \\ 0 & \text{elongacion} < E_c \end{cases}$$

- La flexibilidad de anillo retarda la calcificación

Acoplamiento de la histéresis y la calcificación

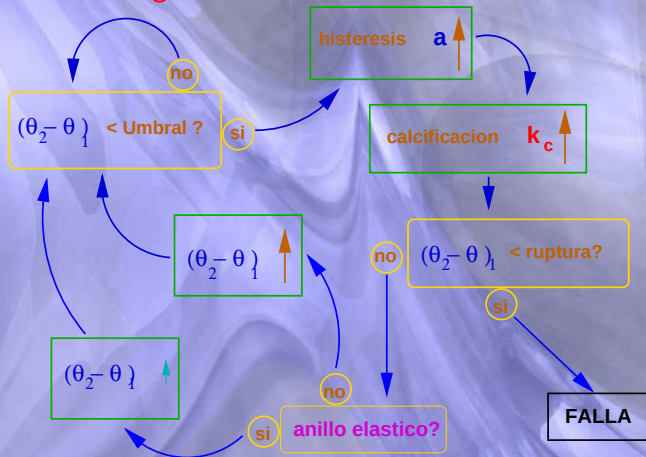
- Poca elongación $\Rightarrow$ Poca histéresis

Acoplamiento de la histéresis y la calcificación

- ▶ Poca elongación $\Rightarrow$ Poca histéresis
- ▶ Poca elongación $\Rightarrow$ Poca calcificación

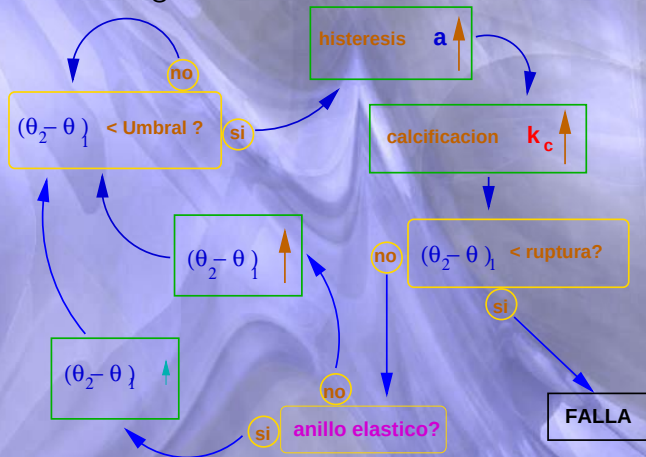
Acoplamiento de la histéresis y la calcificación

- Poca elongación $\Rightarrow$ Poca histéresis
- Poca elongación $\Rightarrow$ Poca calcificación
- Ciclo de degradación



Acoplamiento de la histéresis y la calcificación

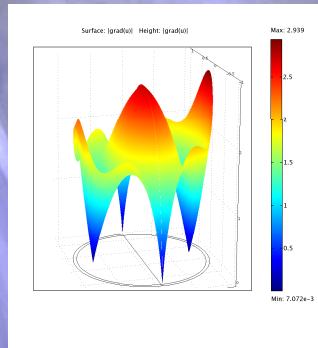
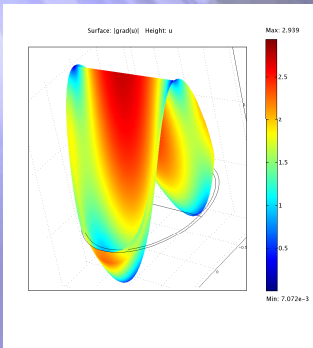
- Poca elongación $\Rightarrow$ Poca histéresis
- Poca elongación $\Rightarrow$ Poca calcificación
- Ciclo de degradación



- Se necesita estudiar experimentalmente el acoplamiento

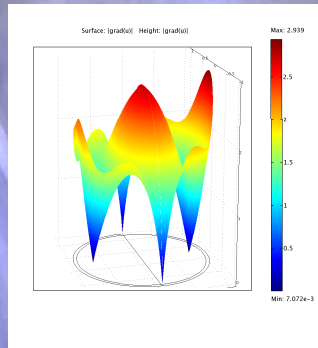
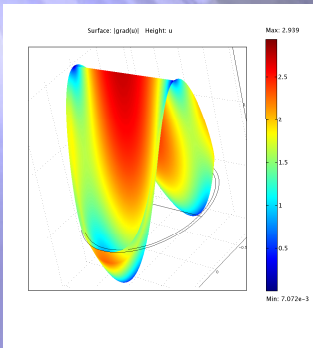
Efecto en las valvas debido al anillo elástico

► Modelo simplificado de un sistema de dos valvas



Efecto en las valvas debido al anillo elástico

- ▶ Modelo simplificado de un sistema de dos valvas
- ▶ Mitad del anillo rígido – Mitad del anillo flexible



Análisis de datos clínicos

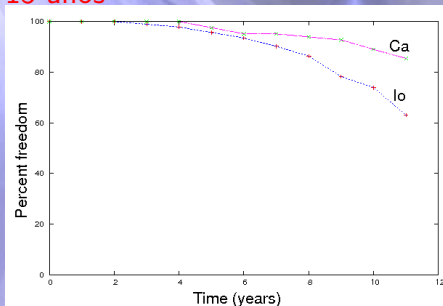
- ▶ Válvulas de Ionescu: Modelo de anillo rígido

Análisis de datos clínicos

- ▶ Válvulas de Ionescu: Modelo de anillo rígido
- ▶ Válvulas de Carpentier: Modelo de anillo flexible

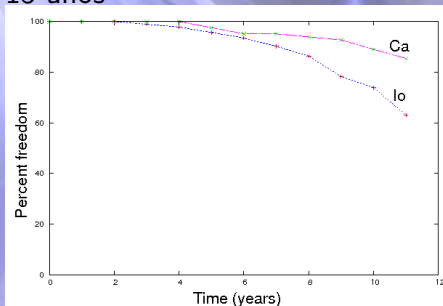
Análisis de datos clínicos

- ▶ Válvulas de Ionescu: Modelo de anillo rígido
- ▶ Válvulas de Carpentier: Modelo de anillo flexible
- ▶ Estudio de fallas estructurales de estas válvulas durante 15 años



Análisis de datos clínicos

- ▶ Válvulas de Ionescu: Modelo de anillo rígido
- ▶ Válvulas de Carpentier: Modelo de anillo flexible
- ▶ Estudio de fallas estructurales de estas válvulas durante 15 años



- ▶ Resultado consistente con las predicciones de nuestro estudio