Sesión 12

Autómata Mínimo

Propiedad esencial de los *LR*

- Teorema de Kleene: Un lenguaje es regular si y sólo si existe una *ER* que lo denota y un FA que lo acepta.
- Pero, ¿qué tal si tenemos un lenguaje descrito de manera intuitiva?:
  - $L = \{0^n 1^n \in \Sigma^* \mid n > 0\}$
  - ¿Es este lenguaje regular?

Propiedad esencial de los *LR*

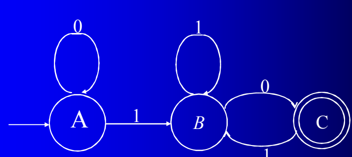
- Sabemos que si hay *n* clases de cadenas en *L,* un FA que reconozca a L debe tener cuando menos *n* estados:
  - Todos los FA tienen un número finito de estados
  - Si el número de clases de cadenas en *L* es finito, entonces existe un FA que lo reconoce y una *RE* que lo describe!

Las clases de cadenas

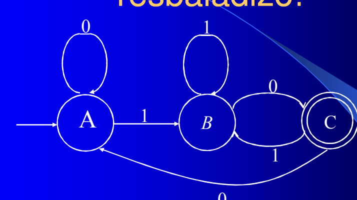
- Podemos definir el FA a partir de las clases de cadenas!
- FA para el lenguaje de cadenas que terminan en10:
  - Clase A: La cadena necesita un 10 para pertenecer al lenguaje
  - Class B: La cadena necesita un 0
  - Class C: La cadena pertenece al lenguaje!

Del conjunto finito de clases al FA…

- FA que acepta las cadenas que termina en 10:
  - Clase A: La cadena necesita 10
  - Clase B: La cadena necesita un 0
  - Clase C: La cadena pertenece al lenguaje!



Perdón… el terreno es resbaladizo!



- Afortunadamente hay un algoritmo para generar el FA a partir del conjunto finito de clases del lenguaje!

Las clases de cadenas!

- Estudiamos el lenguaje directamente: No disponemos del FA o de la *RE*!
  - Clase A: Λ, 0 o termina en 00
  - Clase B: 1, 11 o termina en 01
  - Clase C: La cadena termina con 10 y pertenece al lenguaje

Las clases de cadenas!

- De modo más general: para cada clase de cadenas diferenciables respecto al lenguaje hay un conjunto de cadenas diferenciantes *z*, tal que cualquier *z* en dicho conjunto distingue a todas las cadenas de la clase con respecto a todas las otras clases:

$$L/x = \{z \in \Sigma^* \mid xz \in L\}$$

Cadenas diferenciantes

- Sea L/x el conjunto de cadenas:
  - $L/x = \{z \in \Sigma^* \mid xz \in L\}$
- x & y son distinguibles respecto a L si
  - $L/x \neq L/y$
- Cualquier cadena z tal que $xz \in L$ & $yz \notin L$ o vice versa, diferencia o distingue a x & y con respecto a L
- Si $L/x = L/y$, x & y son indistinguibles (o equivalentes) con respecto a L

Las clases de cadenas!

- Clase A (necesita 10):
  - Λ
  - 0
  - Σ^*00
- Clase B (necesita 0):
  - 1
  - Σ^*11
  - Σ^*01
- Clase C (está en L):
  - Σ^*10

Diferenciando las clases de cadenas

- $z = 10$ & $L/x = \{z \in \Sigma^* \mid xz \in L\}$
  - $\Lambda 10$
  - 010
  - Σ^*0010
- $z = 0$ & $L/y = \{z \in \Sigma^* \mid yz \in L\}$
  - 10
  - Σ^*110
  - Σ^*010
- $z = \Lambda$ & $L/u = \{z \in \Sigma^* \mid uz \in L\}$
  - $\Sigma^*10\Lambda$
- Tenemos una z por cada clase de cadenas!

Distinguiendo L/u de L/x

- Sea $z = \Lambda$
  - $L/u = \{z \in \Sigma^* \mid uz \in L\}$
    - $\Sigma^*10\Lambda$
  - $L/x = \{z \in \Sigma^* \mid xz \notin L\}$
    - $\Lambda\Lambda$
    - 0Λ
    - $\Sigma^*00\Lambda$
- $L/u \neq L/x$

Distinguiendo *L/u* de *L/y*

- Let $z = \Lambda$
  - $L/u = \{z \in \Sigma^* \mid uz \notin L\}$
    - $\Sigma^*10\Lambda$
  - $L/y = \{z \in \Sigma^* \mid yz \in L\}$
    - 1Λ
    - $\Sigma^*11\Lambda$
    - $\Sigma^*01\Lambda$
- $L/u \neq L/y$

Distinguiendo *L/y* de *L/x*

- Sea $z = 0$
  - $L/y = \{z \in \Sigma^* \mid yz \in L\}$
    - 10
    - Σ^*110
    - Σ^*010
  - $L/x = \{z \in \Sigma^* \mid xz \notin L\}$
    - $\Lambda 0$
    - 00
    - Σ^*000
- $L/y \neq L/x$

La relación de cadenas indistinguibles I_L

- La relación de indistinguibilidad I_L en Σ^* se define como sigue:

  $x\ I_L\ y$ si y sólo si $L/x = L/y$
- I_L es una relación de equivalencia en Σ^*
  - Reflexiva: xRx
  - Transitiva: $xRy\ \&\ yRz \rightarrow xRz$
  - Simétrica: Si $xRy \rightarrow yRx$

La relación de cadenas indistinguibles I_L

- Notación:
  - $[x]$ denota la clase de equivalencia de x
- Dos cadenas son distinguibles con respecto a L si y sólo si están en clases diferentes de I_L

Propiedades de I_L

- Todas las cadenas en la misma partición de I_L pueden considerarse como la misma para efecto de operaciones de cadenas que involucran a I_L
- I_L es invariante por la derecha con respecto a la concatenación:
  - Para todo $x, y \in \Sigma^*$ & cualquier $a \in \Sigma$,

    Si $x\ I_L\ y$ entonces $xa\ I_L\ ya$

    Si $[x] = [y]$ entonces $[xa] = [ya]$

El FA a partir de las clases!

- Sea $L \subseteq \Sigma^*$ & Q_L el conjunto de clases equivalentes de I_L sobre Σ^*. Si Q_L es finita (cada miembro de Q_L es un conjunto de cadenas) entonces $M_L = (Q_L, \Sigma, q_0, A_L, \delta)$ es un FA que acepta a L, donde:
  - $q_0 = [\Lambda]$
  - $A_L = \{q \in Q_L \mid q \cap L \neq \Phi\}$
  - δ: $Q_L \times \Sigma \rightarrow Q_L$ es

    $\delta([x], a) = [xa]$

El algoritmo

- M_L es el FA con el mínimo número de estados que acepta a L
- Función de transición aumentada para M_L:

$$\delta^*([x], y) = [xy]$$

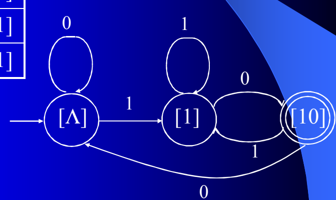
¡Ahora podemos estar seguros!

- $M_L = (Q_L, \{0, 1\}, [\Lambda], \{[10]\}, \delta)$ donde
  - $Q_L = \{[\Lambda], [1], [10]\}$
    - $[\Lambda] = \{\Lambda, 0, \Sigma^*00\}$
    - $[1] = \{1, \Sigma^*11, \Sigma^*01\}$
    - $[10] = \{\Sigma^*10\}$
- Definición de δ: $\delta([x], a) = [xa]$
  - $\delta([\Lambda], 0) = [\Lambda 0] = [0] = [\Lambda]$ & $\delta([\Lambda], 1) = [\Lambda 1] = [1]$
  - $\delta([1], 0) = [10]$ & $\delta([1], 1) = [11] = [1]$
  - $\delta([10], 0) = [100] = [\Lambda]$ & $\delta([10], 1) = [101] = [1]$
- Se puede escoger cualquier cadena en la clase: son cadenas equivalentes en relación a L!

¡Ahora podemos estar seguros!

- $M_L = (Q_L, \{0, 1\}, [\Lambda], \{[10]\}, \delta)$ donde
  - $Q_L = \{[\Lambda], [1], [10]\}$
  - δ:

Q_L	0	1
[Λ]	[Λ]	[1]
[1]	[10]	[1]
[10]	[Λ]	[1]



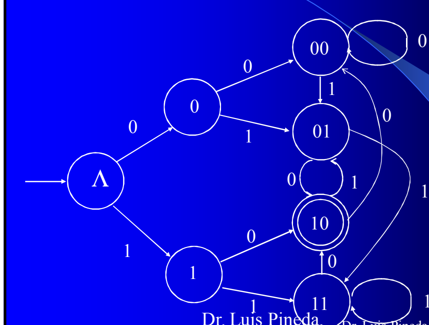
Teorema de Myhill & Nerode

- L es un lenguaje regular sí y solo sí el conjunto de clases de cadenas equivalentes es finito
- La *Regularidad* es una propiedad esencial del lenguaje: no es una propiedad de las expresiones regulares (*ER*) ni del FA que acepta el lenguaje!

Pero... ¿No hay de otra?

- ¡Encontrar I_L puede ser muy difícil!
- Sin embargo, si ya tenemos un FA, ¿podemos encontrar el FA mínimo equivalente?
- ¡Mucho más útil en la vida real!

¿Hay un algoritmo para encontra el FA mínimo?



$\delta(ab,c) = bc$

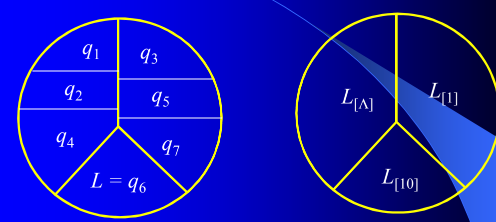
¡Una segunda forma de particionar a las cadenas!

- El lenguaje consistente en el conjunto de cadenas que llegan a un estado dado a partir del estado inicial:

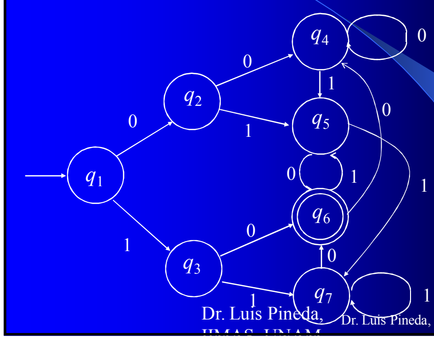
$$L_q = \{x \in \Sigma^* \mid \delta^*(q_0, x) = q\}$$

- El conjunto de todas las cadenas es la unión de estos conjuntos para todo $q \in$ Q!
- ¡Los estados del FA permiten definir una segunda partición del conjunto de cadenas!

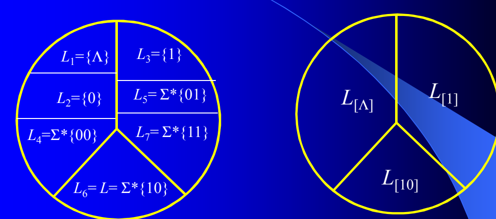
$L_q = \{x \in \Sigma^* \mid \delta^*(q_0, x) = q\}$



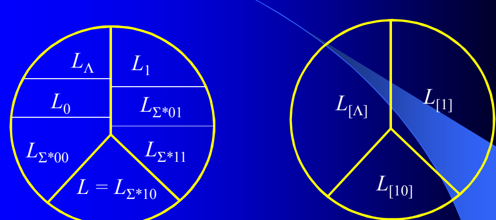
Los lenguajes que corresponden a cada estado



$L_q = \{x \in \Sigma^* \mid \delta^*(q_0, x) = q\}$



$L_q = \{x \in \Sigma^* \mid \delta^*(q_0, x) = q\}$



Las clases equivalentes determinadas por los estados del FA corresponden a una partición I_L

La reducción...

- Sea (p, q) el par de estados en la misma clase de equivalencia
- Los lenguajes L_p & L_q son subconjuntos de la misma clase de equivalencia
  - $p \equiv q$

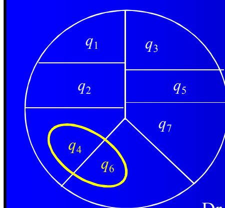
La reducción…

- Por otro lado, si p & q no pertenecen a la misma partición, los lenguajes correspondientes son subconjuntos de clases de equivalencia diferentes
  - $p \neq q$
- El FA mínimo se puede encontrar identificando a los pares (p, q) tales que $p \neq q$

La propiedad que necesitamos…

S es el conjunto de pares (p, q) tales que $p \neq q$

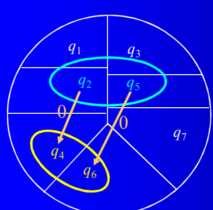
Los estados aceptores y todos los no aceptores están en particiones diferentes, y eso es todo lo que sabemos!



$(q_4, q_6) \in S$

La propiedad que necesitamos…

S es el conjunto de pares (p, q) tales que $p \neq q$



$(q_4, q_6) \in S$

&

(q_2, q_5) es tal que

$\delta(q_2, 0) = q_4$

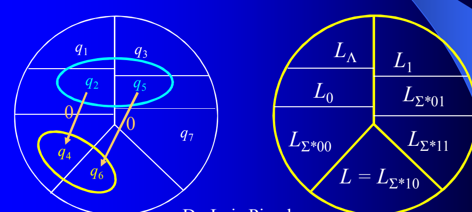
$\delta(q_5, 0) = q_6$

entonces $(q_2, q_5) \in S$.

0 es una cadena diferenciante entre q_2 & q_5

La propiedad que necesitamos…

- 0 es una cadena diferenciante que lleva cadenas de L_{Σ^*01} a L pero no a cadenas de L_0
- Consecuentemente, q_2 & q_5 pertenecen a particiones diferentes de I_L



La propiedad que necesitamos…

- Si (p, q) es un par de estados tal que
  - $p \neq q$ &
  - $\delta(r, a) = p$ &
  - $\delta(s, a) = q$

  entonces (r, s) es también un par de estados tales que $r \neq s$

La propiedad que necesitamos…

- Si $p \neq q$ entonces hay una z tal que
  - $\delta^*(p, z) \in A$ o $\delta^*(q, z) \in A$, pero no ambas

  entonces, sólo uno de
  - $\delta^*(r, az) = \delta^*(\delta(r, a), z) = \delta^*(p, z)$
  - $\delta^*(s, az) = \delta^*(\delta(s, a), z) = \delta^*(q, z)$

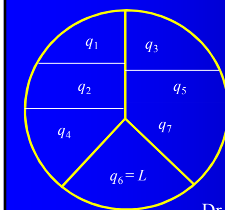
  está en A!
- Trayectorias de estados no-equivalentes se forman por estados que no son equivalentes!

El algoritmo…

- Sea S el conjunto de pares (p, q) tales que $p \neq q$
  - Para todo p & q tal que sólo uno de estos está en A, incluir (p, q) en S
  - Para todo par $(p, q) \in S$, si (r, s) es un par tal que $\delta(r, a) = p$ & $\delta(s, a) = q$ entonces $(r, s) \in S$
  - Estos son los únicos pares en S

Cálculo de S

1. Para todo p & q tal que sólo uno de estos está en A, incluir (p, q) en S
2. Hasta ahora sólo sabemos que los estados aceptores no están en la misma partición de los no aceptores



$S = \{(q_1, q_6), (q_2, q_6), (q_3, q_6), (q_4, q_6), (q_5, q_6), (q_7, q_6)\}$

Cálculo de S

2. Para todo par $(p, q) \in S$, si (r, s) es tal que
   $\delta(r, a) = p$
   $\delta(s, a) = q$
   entonces $(r, s) \in S$.

- S es una relación (la relación de estados en particiones diferentes)
- El complemento de S es también una relación: La relación de estado en la misma partición!

Cálculo de S

q_7						1	
q_6						0	
q_5						1	
q_4						1	
q_3						1	
q_2						1	
q_1						1	
	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5	q_6	q_7

$S = \{(q_6, q_1), (q_6, q_2), (q_6, q_3), (q_6, q_4), (q_6, q_5), (q_6, q_7)\}$

Cálculo de S

q_7						1	
q_6	1	1	1	1	1	0	1
q_5						1	
q_4						1	
q_3						1	
q_2						1	
q_1						1	
	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5	q_6	q_7

S es simétrica!

Cálculo de S

q_7						1	0
q_6	1	1	1	1	1	0	1
q_5					0	1	
q_4				0		1	
q_3			0			1	
q_2		0				1	
q_1	0					1	
	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5	q_6	q_7

También sabemos que ningún estado en S se relaciona consigo mismo: S no es reflexiva!

Cálculo de S

q_7						1	0
q_6	1	1	1	1	1	0	1
q_5					0	1	
q_4				0		1	
q_3			0			1	
q_2		0				1	
q_1	0					1	
	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5	q_6	q_7

Cálculo de los pares (r, s)

Si (r, s) es tal que $\delta(r, a) = p$ & $\delta(s, a) = q$ entonces $(r, s) \in S$.

Cálculo de S

q_7						1	0
q_6	1	1	1	1	1	0	1
q_5					0	1	
q_4				0		1	
q_3			0			1	
q_2		0				1	
q_1	0					1	
	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5	q_6	q_7

Q	0	1
q_1	q_2	q_3
q_2	q_4	q_5
q_3	q_6	q_7
q_4	q_4	q_5
q_5	q_6	q_7
q_6	q_4	q_5
q_7	q_6	q_7

Para calcular a (r, s) necesitamos revizar δ en reversa!

Cálculo de S: viendo hacia atrás!

q_7						1	0
q_6	1	1	1	1	1	0	1
q_5					0	1	
q_4				0		1	
q_3			0			1	
q_2		0				1	
q_1	0					1	
	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5	q_6	q_7

Q	0	1
q_1	q_2	q_3
q_2	q_4	q_5
q_3	q_6	q_7
q_4	q_4	q_5
q_5	q_6	q_7
q_6	q_4	q_5
q_7	q_6	q_7

Si (r, s) es tal que $\delta(r, a) = q_4$ & $\delta(s, a) = q_6$ entonces $(r, s) \in S$.

Cálculo de S: viendo hacia atrás!

q_7						1	0
q_6	1	1	1	1	1	0	1
q_5		1			0	1	
q_4				0		1	
q_3			0			1	
q_2		0				1	
q_1	0					1	
	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5	q_6	q_7

Q	0	1
q_1	q_2	q_3
q_2	q_4	q_5
q_3	q_6	q_7
q_4	q_4	q_5
q_5	q_6	q_7
q_6	q_4	q_5
q_7	q_6	q_7

(q_2, q_5) es un par tal que:

$\delta(q_2, 0) = q_4$ & $\delta(q_5, 0) = q_6$ entonces $(q_2, q_5) \in S$.

Cálculo de S: viendo hacia atrás!

q_7						1	0
q_6	1	1	1	1	1	0	1
q_5		1			0	1	
q_4				0		1	
q_3			0			1	
q_2		0				1	
q_1	0					1	
	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5	q_6	q_7

Q	0	1
q_1	q_2	q_3
q_2	q_4	q_5
q_3	q_6	q_7
q_4	q_4	q_5
q_5	q_6	q_7
q_6	q_4	q_5
q_7	q_6	q_7

(q_2, q_5) es un par tal que:

$\delta(q_2, 0) = q_4$ & $\delta(q_5, 0) = q_6$ entonces $(q_2, q_5) \in S$.

Cálculo de S: viendo hacia atrás!

q_7						1	0
q_6	1	1	1	1	1	0	1
q_5		1			0	1	
q_4				0		1	
q_3			0			1	
q_2		0			1	1	
q_1	0					1	
	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5	q_6	q_7

S es simétrica: $(q_5, q_2) \in S$.

Cálculo de *S*: viendo hacia atrás!

q_7						1	0
q_6	1	1	1	1	1	0	1
q_5		1			0	1	
q_4				0		1	
q_3			0			1	
q_2		0				1	
q_1	0					1	
	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5	q_6	q_7

S es simétrica: Sólo necesitamos buscar en una región triangular!

Cálculo de *S*: viendo hacia atrás!

q_7	1	1		1		1	0
q_6	1	1	1	1	1	0	1
q_5	1	1		1	0	1	
q_4			1	0		1	
q_3	1	1	0			1	
q_2		0				1	
q_1	0					1	
	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5	q_6	q_7

Q	0	1
q_1	q_2	q_3
q_2	q_4	q_5
q_3	q_6	q_7
q_4	q_4	q_5
q_5	q_6	q_7
q_6	q_4	q_5
q_7	q_6	q_7

- Los pares que se pueden encontrar buscando hacia atrás!

Cálculo de *S*

q_7	1	1		1		1	0
q_6	1	1	1	1	1	0	1
q_5	1	1		1	0	1	
q_4			1	0	1	1	1
q_3	1	1	0	1		1	
q_2		0	1		1	1	1
q_1	0		1		1	1	1
	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5	q_6	q_7

S es simétrica!

Cálculo de *S*

q_7	1	1	0	1	0	1	0
q_6	1	1	1	1	1	0	1
q_5	1	1	0	1	0	1	0
q_4	0	0	1	0	1	1	1
q_3	1	1	0	1	0	1	0
q_2	0	0	1	0	1	1	1
q_1	0	0	1	0	1	1	1
	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5	q_6	q_7

Los valores de la matriz de estados en clases de equivalencia diferentes

La relación Q_L

q_7			1		1		1
q_6						1	
q_5			1		1		1
q_4	1	1		1			
q_3			1		1		1
q_2	1	1		1			
q_1	1	1		1			
	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5	q_6	q_7

El complemento: ¡Los pares de estados en la misma partición!

Cálculo de Q_L

q_7			1		1		1
q_6						1	
q_5			1		1		1
q_4	1	1		1			
q_3			1		1		1
q_2	1	1		1			
q_1	1	1		1			
	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5	q_6	q_7

¡La relación es reflexiva!

Cálculo de Q_L

q_7			1		1		1
q_6						1	
q_5			1		1		1
q_4	1	1		1			
q_3			1		1		1
q_2	1	1		1			
q_1	1	1		1			
	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5	q_6	q_7

¡La relación es simétrica!

Cálculo de Q_L

q_7			1		1		1
q_6						1	
q_5			1		1		1
q_4	1	1		1			
q_3			1		1		1
q_2	1	1		1			
q_1	1	1		1			
	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5	q_6	q_7

La relación es transitiva: Los estados q_1, q_2 & q_4 se relacionan entre si, pero no con ningún otro estado

Cálculo de Q_L

q_7			1		1		1
q_6						1	
q_5			1		1		1
q_4	1	1		1			
q_3			1		1		1
q_2	1	1		1			
q_1	1	1		1			
	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5	q_6	q_7

La relación es transitiva: Los estados q_3, q_5 & q_7 se relacionan entre sí, pero no con ningún otro estado

Cálculo de Q_L

q_7			1		1		1
q_6						1	
q_5			1		1		1
q_4	1	1		1			
q_3			1		1		1
q_2	1	1		1			
q_1	1	1		1			
	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5	q_6	q_7

La relación es transitiva: El estado q_6 se relaciona consigo mismo pero no con ningún otro estado!

Cálculo de Q_L

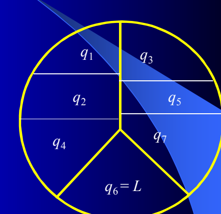
q_7					1	1	1
q_5					1	1	1
q_3					1	1	1
q_6				1			
q_4	1	1	1				
q_2	1	1	1				
q_1	1	1	1				
	q_1	q_2	q_4	q_6	q_3	q_5	q_7

Reordenando los estados

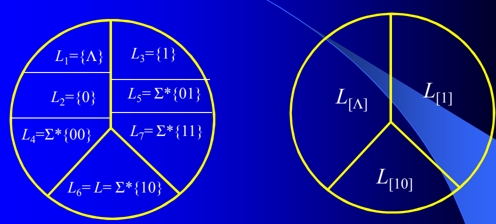
La relación es transitiva: las clases forma grupos donde las propiedades de la relación de equivalencia se pueden apreciar directamente!

El conjunto de clases de estados equivalentes

q_7					1	1	1
q_5					1	1	1
q_3					1	1	1
q_6				1			
q_4	1	1	1				
q_2	1	1	1				
q_1	1	1	1				
	q_1	q_2	q_4	q_6	q_3	q_5	q_7



El conjunto mínimo de estados: Q_L



¡La reducción es completa!

Cálculo de S

q_7	1	1		1		1	0
q_6	1	1	1	1	1	0	1
q_5	1	1		1	0	1	
q_4			1	0		1	
q_3	1	1	0			1	
q_2		0				1	
q_1	0					1	
	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5	q_6	q_7

Marcar los pares de estados que se encuentran buscando hacia atrás un una o más pasadas

Los pares encontrados buscando hacia atrás en la diágonal superior izquierda de la matriz!

El algoritmo

q_7	1	1		1		1	
q_6	1	1	1	1	1		
q_5	1	1		1			
q_4			1				
q_3	1	1					
q_2							
q_1							
	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5	q_6	q_7

- Los pares no marcados pertenecen a clases equivalentes
- Incluir los pares relacionando los estados aceptores consigo mismo

[Λ] = {(1, 2), (1,4), (2,4)}
[1] = {(3, 5), (3, 7), (5, 7)}
[10] = {(6, 6)} (El estado aceptor)

El algortimo

1. Incluir en S todos los pares que contengan un estado aceptor (sólo uno)
2. Seleccionar una región de la matriz de estados: Si $(x, y) \in S$ & $y < x$ incluir (y, x) en S (S es simétrica)
3. Definir a Q como el conjunto de pares de la diágonal superior izquierda de la matriz que no están en S
4. Para todo $(x, y) \in Q$, verificar si se puede alcanzar un par en S (con en el mismo símbolo de Σ) en una sola transición
   – Si es el caso, eliminar (x, y) de Q e incluirlo en S
5. Repetir 4 hasta que no haya más pares a incluir en S
6. Incluir en Q todos los pares (x, x), donde x es un estado aceptor
7. Q es la relación de estados equivalente en el FA

Autómata mínimo

- Para todo FA existe un FA mínimo con n estados
- Muy útil para simplicar FA
- El FA mínimo también proveé una "forma normal" para los FA: todo FA se puede reemplazar for su FA mínimo correspondiente
- El FA mínimo permite verificar si dos FA son equivalentes
- Con el FA mínimo y el Teorema de Kleene podemos encontrar la "forma normal" de la *ER* correspondientes

El algoritmo

- Sea $L \subseteq \Sigma^*$ & Q_L el conjunto de clases equivalentes de I_L sobre Σ^*. Si Q_L es finita (cada miembro de Q_L es un conjunto de cadenas) entonces $M_L = (Q_L, \Sigma, q_0, A_L, \delta)$ es un FA que acepta a L, donde:
  – $q_0 = [\Lambda]$
  – $A_L = \{q \in Q_L \mid q \cap L \neq \Phi\}$
  – δ: Q_L x $\Sigma \rightarrow Q_L$ es
  $\delta([x], a) = [xa]$

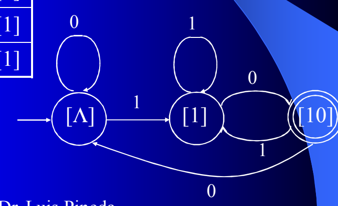
¡Ahora podemos estar seguros!

- $M_L = (Q_L, \{0, 1\}, [\Lambda], \{[10]\}, \delta)$ donde
  - $Q_L = \{[\Lambda], [1], [10]\}$
    - $[\Lambda] = \{\Lambda, 0, \Sigma^*00\} = \{q_1, q_2, q_4\}$
    - $[1] = \{1, \Sigma^*11, \Sigma^*01\} = \{q_3, q_5, q_7\}$
    - $[10] = \{\Sigma^*10\} = \{q_6\}$
- Definición de δ: $\delta([x], a) = [xa]$
  - $\delta([\Lambda], 0) = [\Lambda 0] = [0] = [\Lambda]$ & $\delta([\Lambda], 1) = [\Lambda 1] = [1]$
  - $\delta([1], 0) = [10]$ & $\delta([1], 1) = [11] = [1]$
  - $\delta([10], 0) = [100] = [\Lambda]$ & $\delta([10], 1) = [101] = [1]$
- Se puede escoger cualquier cadena en la clase: son cadenas equivalentes en relación a *L*!

¡Ahora podemos estar seguros!

- $M_L = (Q_L, \{0, 1\}, [\Lambda], \{[10]\}, \delta)$ donde
  - $Q_L = \{[\Lambda], [1], [10]\}$
  - δ:

Q_L	0	1
[Λ]	[Λ]	[1]
[1]	[10]	[1]
[10]	[Λ]	[1]



Una "forma normal" para *RE* & FA